

УДК 373.167.1:512
ББК 22.1я72
М91

Муравин, Г. К.

М91 Алгебра. 7 кл. : учебник / Г. К. Муравин, К. С. Муравин, О. В. Муравина. — 5-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2019. — 286, [2] с. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-358-21989-2

Учебник является частью УМК по математике для 1—11 классов. Теоретический материал разделен на обязательный и дополнительный, система заданий дифференцирована по уровню сложности, каждый пункт главы завершается контрольными вопросами и заданиями, а каждая глава — домашней контрольной работой. В учебник включены темы проектов и сделаны ссылки на интернет-ресурсы.

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-358-21989-2

© ООО «ДРОФА», 2014

Оглавление

От авторов	5
----------------------	---

Глава 1. Математический язык

1. Числовые выражения	7
2. Сравнение чисел	14
3. Выражения с переменными	19
4. Математическая модель текстовой задачи	28
5. Решение уравнений	36
6. Уравнения с двумя переменными и их системы.	45

Глава 2. Функция

7. Понятие функции	53
8. Таблица значений и график функции	57
9. Пропорциональные переменные.	67
10. График функции $y = kx$	73
11. Определение линейной функции	78
12. График линейной функции	81
13. График линейного уравнения с двумя переменными	88

Глава 3. Степень с натуральным показателем

14. Тождества и тождественные преобразования	95
15. Определение степени с натуральным показателем	100
16. Свойства степени	105
17. Одночлены	110
18. Сокращение дробей	113

Глава 4. Многочлены

19. Понятие многочлена	118
20. Преобразование произведения одночлена и многочлена	124

21. Вынесение общего множителя за скобки	128
22. Преобразование произведения двух многочленов	133
23. Разложение на множители способом группировки	137
24. Квадраты суммы, разности и разность квадратов	141
25. Разложение на множители с помощью формул сокращённого умножения	151

Глава 5. Вероятность

26. Равновероятные возможности	156
27. Вероятность события	159
28. Число вариантов	164

Глава 6. Повторение

29. Выражения	176
30. Функции и графики	183
31. Тождества	196
32. Уравнения и системы уравнений	200
Исследовательские работы	211
Практикум по решению текстовых задач	215
Домашние контрольные работы	228
Ответы	234
Советы и решения	248
Справочные материалы	277
Список дополнительной литературы и интернет-ресурсов	282
Темы проектов	285
Предметный указатель	286

Уважаемые семиклассники!


В этом году вы начинаете изучение школьного курса алгебры.


Алгебра — наука, возникшая в глубокой древности в Вавилоне и Египте. Слово «алгебра» происходит от арабского слова «альджебр». «Альджебр альмукабала» — так назывался труд знаменитого среднеазиатского учёного Мухаммеда из Хорезма (IX в.), написанный на арабском языке. В этом труде учёный систематизировал знания о решении уравнений, накопленные к тому времени учёными Греции, Индии, Армении и Арабского Востока. Альджебр — это приём решения уравнений, основанный на переносе членов из одной части уравнения в другую с противоположными знаками. При изучении математики в 5 и 6 классах вам уже приходилось пользоваться этим приёмом. Теперь вам предстоит изучить алгебру, знание которой необходимо в физике, технике и других областях человеческой деятельности.



Алгебра — один из важнейших школьных предметов, и самое трудное в нём — научиться решать задачи. Авторы подготовили много интересных задач и постарались помочь вам научиться их решать.

В решении задач, номера которых не имеют обозначений, вы не должны испытать затруднений. Значком «○» отмечены задания, в которых путь к ответу, как правило, связан с небольшими техническими сложностями. Задания, над которыми следует подумать, имеют обозначение «●», и, наконец, символом «*» обозначены наиболее трудные задачи.

Если у вас есть микрокалькулятор, то вы сможете выполнить специальные вычислительные задания, отмеченные значком «■».

В выполнении заданий учебника вам помогут рабочие тетради. Соответствующие заданию учебника номера из рабочей тетради указаны после значка «».

Ссылки с помощью значка «» указывают на материалы, представленные в электронном приложении и электронной форме учебника.

Кроме основного материала, изучение которого обязательно, в учебнике помещён и дополнительный материал, знакомство с которым желательно. Начало дополнительного материала обозначается значком «», а конец — «».

В разделах «Ответы», «Советы и решения» вы найдёте ответы к большинству заданий, а к некоторым из них — советы и даже решения. Решив задачу, сравните свой ответ с ответом в учебнике. Прочитайте совет по решению задачи или посмотрите её решение. Но даже если наши ответы совпали, всё равно полезно сравнить своё решение с решением в учебнике.

Каждый пункт учебника завершается контрольными вопросами и заданиями, а к каждой главе предлагается домашняя контрольная работа.

Если вы *можете* ответить на все контрольные вопросы, *справляетесь* со всеми контрольными заданиями и *выполнили* домашнюю контрольную работу, значит, материал вами усвоен.

Желаем вам успехов!

Авторы

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК

1. Числовые выражения

Алгебра — основа языка математики. В 5 и 6 классах вы уже немного научились «говорить» на этом языке. В нём, как и в русском языке, слова записываются с помощью букв. Однако в математическом языке используются не только сами буквы (как правило, латинские), но и числа, и знаки арифметических действий, а также скобки. Из них составляются выражения — слова математического языка.



Записи, составленные по некоторым правилам из чисел, знаков действий и скобок, называют **числовыми выражениями**. Правила, по которым составляются выражения, хорошо вам известны. Это в первую очередь правило порядка действий, по которому сначала выполняются действия в скобках, затем возведение в степень, умножение или деление и, наконец, сложение или вычитание.

Запишем несколько числовых выражений:

$$1,42 + 3,6 \cdot 0,8; \quad \frac{2}{5} - 7; \quad 3 \cdot 2^5; \quad 80 - 0,4 \cdot 5^2;$$

$$(12,7 - 10,2)(0,83 + 3,37); \quad \frac{1,25 \cdot 0,08}{13,2 - 13,7}.$$

Если в любом из этих выражений выполнить указанные действия, то получится число, которое называют **значением числового выражения**. Найдём значения некоторых из записанных выражений.

 **Пример 1.** Вычислить $(12,7 - 10,2)(0,83 + 3,37)$. 

Решение. Сначала выполняем действия в скобках:

1) $12,7 - 10,2 = 2,5$;

2) $0,83 + 3,37 = 4,2$.

Затем перемножаем полученные числа:

3) $2,5 \cdot 4,2 = 10,5$.

Примечание. Умножение на 2,5 удобно заменить двумя более простыми действиями: умножением на 10 и делением на 4, так как $2,5 = \frac{10}{4}$.

Чтобы прочесть выражение, нужно определить, какое действие при вычислении значения выражения выполняется последним. Если последнее действие сложение, то выражение называют *суммой*, если вычитание, то *разностью*, если умножение (деление, возведение в степень), то *произведением* (*частным*, *степенью*).

В рассмотренном примере последним действием было умножение, значит, выражение $(12,7 - 10,2)(0,83 + 3,37)$ можно прочесть так: произведение разности чисел 12,7 и 10,2 на сумму чисел 0,83 и 3,37.

✓ Пример 2. Найти значение выражения $80 - 0,4 \cdot 5^2$. 

Решение.

$$1) 5^2 = 25; \quad 2) 0,4 \cdot 25 = 10; \quad 3) 80 - 10 = 70.$$

Данное выражение является разностью числа 80 и произведения числа 0,4 на квадрат числа 5.

Примечание. Часто оказывается удобным читать выражение не по правилам, а так, как оно записано, например, $80 - 0,4 \cdot 5^2$: *восемьдесят минус нуль целых четыре десятых умножить на пять в квадрате*.

✓ Пример 3. Вычислить $\frac{1,25 \cdot 0,08}{13,2 - 13,7}$. 

Решение. Это выражение — частное произведения чисел 1,25 и 0,08 и разности чисел 13,2 и 13,7.

$$\frac{1,25 \cdot 0,08}{13,2 - 13,7} = \frac{0,1}{-0,5} = -0,2.$$

Как вы знаете, деление на нуль невозможно, поэтому, например, у дроби $\frac{100 - 5,8 \cdot 16,5}{9 \cdot 8 - 72}$, знаменатель которой равен


нулю, нет значения. Говорят, что выражение $\frac{100 - 5,8 \cdot 16,5}{9 \cdot 8 - 72}$ не имеет смысла.

К правилам, по которым составляются выражения, относится и запрет на использование подряд двух знаков арифметических действий. Так, например, поскольку минус как знак действия и минус как знак числа записываются одинаково, то нельзя записать разность чисел 5 и -3 без скобок: $5 - -3$, а следует взять вычитаемое в скобки: $5 - (-3)$.

■ Заметим, что при работе с *микрокалькулятором*, который используется для упрощения вычислений, различают знак числа и знак действия. Поэтому чтобы ввести число -3 , сначала вводят 3, а затем нажимают клавишу перемены знака «+/-» (третья слева в нижнем ряду на рисунке 1¹).

Работая с калькулятором, следует помнить, что он выполняет вычисления по действиям и, в отличие от нас, «не знает» правила порядка действий. Если, например, вы нажмёте кнопки в следующем порядке: « $4 + 3 * 2 =$ », то на дисплее калькулятора появится число 14, а не значение выражения $4 + 3 * 2$, равное 10. Программа вычисления на калькуляторе значения выражения $5,17 + 3,4 : 2,7$ выглядит так: « $3,4 / 2,7 + 5,17 =$ ». Запись числа в этой программе означает, что число *вводится* в калькулятор. Выполнив программу, получим на индикаторе число $6,42925... \approx 6,43$ ($6,43$ — значение выражения с точностью до $0,01$). ■

Числовые выражения часто получаются в результате перевода на математический язык текстов некоторых задач.

✓ **Пример 4.** От пункта A по течению реки отправился плот. Через 2 ч из пункта B , расположенного в 20 км ниже по реке, в пункт A вышел катер. Через какое время катер встретит плот, если скорость катера в стоячей воде 8 км/ч, а скорость течения реки 4 км/ч? 

Решение. Поскольку скорость плота равна скорости течения реки (рис. 2), то к моменту отхода катера плот прошёл $4 \cdot 2$ (км), и расстояние между ними стало $20 - 4 \cdot 2$ (км). Ско-

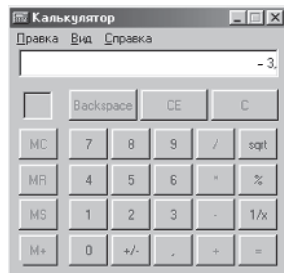


Рис. 1

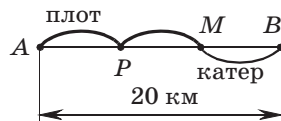


Рис. 2

¹ Здесь и далее рассматривается калькулятор популярной операционной системы Windows.

рость сближения катера и плота равна скорости катера в стоячей воде, т. е. 8 км/ч. Составим числовое выражение для определения времени сближения катера с плотом и найдём его значение:




$$\frac{20 - 4 \cdot 2}{8} = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ (ч)}.$$

О т в е т: катер встретит плот через полтора часа после своего выхода из пункта *B*.

Примечание. Обычно в решении текстовых задач вспомогательные рассуждения подробно не записывают и стараются как можно быстрее составить выражение.

Упражнения

- Прочитайте выражение и найдите устно его значение:

1) $6,5 \cdot 100 + 0,3 \cdot 10$;	5) $6,73 \cdot (23,1 - 22,1)$;
2) $(8 + 4,3) : 100$;	6) $5,6 : 8 \cdot 0$;
3) $0 - 1,25 \cdot 8$;	7) $0 : 52 - 427$;
4) $(0 - 4) : 1,25$;	8) $10 - 0,25 \cdot 4$.  1–6
- (Устно.) Какие из следующих выражений не имеют смысла:
 - $\frac{7,8^2 - 15,6}{4,18 - 2,09 \cdot 2}$;
 - $(13,2 \cdot 3 - 39,6) : (0,83 + 0,17)$;
 - $\frac{147 : 0,7 - 252 \cdot 0,6}{(6 + 5)^2 - 6^2 - 5^2}$;
 - $(283 \cdot 1,42) : (3^2 + 4^2 - 5^2)$?  7
- Даны два числа 37,5 и $-12,5$. Запишите:
 - произведение суммы данных чисел и большего из них;
 - произведение разности данных чисел и меньшего из них;
 - сумму большего из данных чисел и их частного;
 - разность меньшего из данных чисел и их произведения;
 - частное суммы данных чисел и их разности;
 - квадрат частного данных чисел.  8

4. Запишите в виде числового выражения:  9

1) произведение 0,12 и суммы чисел $\frac{5}{8}$ и $\frac{1}{4}$;

2) частное 2,12 и разности чисел $2\frac{19}{25}$ и $3\frac{8}{15}$;

3) произведение суммы чисел $1\frac{10}{21}$ и 2,5 на частное чисел 35 и 0,625;

4) частное суммы чисел $1\frac{2}{7}$ и 1,2 и разности чисел 1,1 и $\frac{2}{7}$.

5. Вычислите:


1) $0,3 \cdot 3,5^2 - 3,7$;

2) $\frac{3}{4} : 9 + (0,732 - 0,75) : 0,009$;

3) $2\frac{4}{13} : \left(-\frac{15}{26}\right) - 3,75 \cdot 2$;

4) $481,92 : 12 - 25,16$;

5) $2\frac{11}{17} \cdot 2\frac{4}{15} - (13,7 \cdot 1,5 - 21,55)$;

6) $\left(\frac{3}{20} + 4\frac{1}{15}\right) + \frac{25}{42} \cdot 2,1$.  11, 12

6. Вычисляя значение одного и того же числового выражения, два ученика получили в ответе разные числа. Может ли оказаться, что:

1) оба ответа верные;

2) оба ответа неверные;

3) один из ответов правильный;

4) по крайней мере, один из учеников ошибся;

5) по крайней мере, один из учеников не ошибся?

7. Вычислите наиболее простым способом:

а) $(0,72 + 0,54) : 9 - 0,7 \cdot 0,2$;

б) $\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) \cdot 6 - (2,71 + 7,29) \cdot 0,3$;



в) $56,43 - 8,987 - (6,43 - 8,987)$;

г) $\frac{2}{11} \cdot 0,25 \cdot 121 \cdot 40 \cdot \frac{1}{5}$;

д) $1,4 \cdot 47 - 14 \cdot 5,7$;

е) $246 \cdot 0,37 + 130 \cdot 0,246$.


2) Какими свойствами арифметических действий вы воспользовались при вычислениях?

- 8.** 1) Вычислите с помощью микрокалькулятора:
- а) $0,4455 \cdot (-0,123)$;
 - б) $-678,50586 - 165,57$;
 - в) $-173,4831 : (-12,33)$;
 - г) $67,92 - 45,78 \cdot 59,345 + 98,771$;
 - д) $27,342 + (4,2 \cdot 6,834^2 - 728)$;
 - е) $4,036 - (6,347 - 9,738)^3 : 3,2$.
- 2) Составьте программу вычислений.
- 9.** 1) Запишите числовое выражение по данной программе вычисления его значения:
- а) $3,673 * 3,673 - 1,81 / 13$;
 - б) $88,435 / 15 + 27,5 / 3,7 * 4,2$;
 - в) $56,12 + 34,79 * 3,52 - 5,236$;
 - г) $6,31 * = = * 9,02 + 5,03 / 3,64$.  10
- 2) Вычислите с помощью калькулятора значение этого выражения с точностью до сотых.
- 10.** Запишите какое-либо числовое выражение, при вычислении значения которого нужно последовательно выполнить действия:
- 1) деление, сложение и умножение;
 - 2) умножение, вычитание и деление;
 - 3) сложение, возведение в куб и вычитание;
 - 4) умножение, возведение в квадрат и сложение.
- 11.** 1) Запишите, используя три цифры 3 и, если нужно, знаки действий и скобки, числовое выражение, значение которого равно:
- | | | | |
|-------|-------|--------|--------|
| а) 0; | в) 3; | д) 6; | ж) 18; |
| б) 2; | г) 4; | е) 11; | з) 30. |
- 2) Какие ещё числа вы можете получить?
- 12.** Составьте числовое выражение по условию задачи и найдите его значение.  14
- 1) Из двух городов, расстояние между которыми 60 км, одновременно навстречу друг другу выезжают два велосипедиста: один со скоростью 12 км/ч, другой со скоростью 10 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?
 - 2) Из пунктов *A* и *B* одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода: один со скоростью 4,5 км/ч, дру-

гой со скоростью 5,5 км/ч. Через 3 ч после выхода им оставалось до встречи ещё 8 км. Сколько километров между пунктами А и В?

3) Один экскаватор за 4 ч вынимает 1000 м^3 грунта, а другой за 5 ч — 1200 м^3 . За сколько часов совместной работы оба экскаватора выкопают котлован, если при этом понадобится вынуть $19\,600 \text{ м}^3$ грунта?

4) Один токарь изготавливает 105 деталей за 5 ч, а другой — 72 детали за 3 ч. Сколько деталей изготовят оба токаря за 8 ч?

5) Машинистка в первый день перепечатала 20% рукописи, а во второй день — 25% всей рукописи. Сколько страниц рукописи перепечатала машинистка в первый день, если после двух дней работы ей осталось отпечатать ещё 220 страниц?  13

6) Туристы 30% своего маршрута прошли пешком, 25% проплыли на байдарках, а остальной путь проехали в автобусе. Сколько километров туристы проехали в автобусе, если весь маршрут составил 600 км?



13. 1) Какие из следующих утверждений верны:
- сумма двух любых натуральных чисел есть число натуральное;
 - разность любых двух натуральных чисел есть число натуральное;
 - произведение любых двух натуральных чисел есть число натуральное;
 - частное любых двух натуральных чисел есть число натуральное;
 - квадрат любого числа является положительным числом?
- 2) Если вы не согласны с каким-либо утверждением, приведите *контрпример* (пример, опровергающий это утверждение).
14. Ответьте на вопросы. Утвердительный ответ подтвердите примером. Отрицательный ответ объясните.
- Может ли сумма двух дробных чисел быть целым числом?

- 2) Может ли произведение двух дробных чисел быть целым числом?
- 3) Может ли сумма целого и дробного чисел быть целым числом?
15. Сколько натуральных двузначных чисел можно составить из цифр:
1) 2 и 0; 2) 1 и 2; 3) 1, 2 и 3; 4) 5, 6 и 0?
16. 1) В выражении $36 : 3 + 3 \cdot 3$ расставьте всеми возможными способами две пары скобок.
2) Найдите значения полученных выражений. В каком выражении значение получилось наибольшее?
17. Пифагору приписывается следующее открытие: «Всякое нечётное число, кроме единицы, есть разность двух квадратов натуральных чисел». Проверьте это утверждение для всех нечётных чисел от 3 до 15.



Контрольные вопросы и задания

1. Приведите пример числового выражения, не имеющего смысла.
2. Составьте программу вычисления значения выражения $3,892 + 901,34 - 5,97^2$ с помощью микрокалькулятора.
3. Прочитайте числовое выражение $17,1 : 0,2 - 2\frac{3}{7} \cdot 3,5$ и найдите его значение.
4. Составьте числовое выражение, содержащее действия: сложение, вычитание и умножение, так, чтобы последним надо было выполнять умножение.



2. Сравнение чисел

В математическом языке, как и в русском языке, обычно составляют предложения. Как правило, математические предложения являются повествовательными. В каждом из них что-нибудь утверждается, например, что $2 \cdot 2 = 4$ или что $3 \cdot 9 + 2 > 30$. Первое из приведённых утверждений верно, или, как говорят математики, *истинно*, а второе — неверно, *ложно*.

Знак равенства « $=$ » и знаки неравенств « $<$ », « $>$ », « \leq », « \geq » наиболее часто используются в формулировках математических утверждений. В зависимости от использованного знака и сами утверждения называют *равенствами* или *неравенствами*.

Вы знаете, что если число a не равно числу b ($a \neq b$), то оно либо больше b ($a > b$), либо меньше b ($a < b$). На координатной прямой, где числа изображаются точками, большее из чисел располагается правее. Из расположения чисел a и b на координатной прямой (рис. 3) можно сделать вывод о том, что число a больше, чем число b .

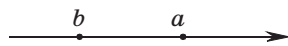


Рис. 3

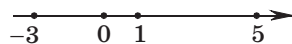


Рис. 4

Положительные числа на координатной прямой изображаются точками, расположенными справа, а отрицательные — слева от точки O , изображающей нуль. На рисунке 4 на координатной прямой показаны точки, изображающие числа -3 и 5 . Первое из них находится слева от точки O на расстоянии 3 единицы, а второе — справа от точки O на расстоянии 5 единиц. Напомним определение модуля числа.

Расстояние на координатной прямой от точки, изображающей число b , до точки O называют **модулем числа b** и обозначают $|b|$.

Значит, $|-3| = 3$, а $|5| = 5$. Вообще, модуль положительного числа равен самому числу, модуль отрицательного числа противоположен самому числу, а модуль нуля считают равным нулю. 🎧

Упражнения 🎧

18. 1) Верны ли утверждения:

а) $45,74 \cdot \frac{2}{7} \cdot 0 \cdot (-0,2) = 0$;

б) $\frac{5}{3} \cdot (-9) \cdot (-5) < 0$;

в) $\left| -\frac{13}{15} \right| > -\frac{13}{15}$;

г) $|-7,43| < |7,43|$;

д) $2,5 \cdot (8,3 - 1,9) = 2,57 \cdot 8,3 - 2,5 \cdot 1,9$;


е) $\left(\frac{6}{11} : -\frac{2}{9} \right) \cdot 3,1 < 0$? 📖 15

2) Какие из этих утверждений являются равенствами, а какие — неравенствами?


19. Сравните числа:  16–20

- 1) 0,6143 и 0,614; 5) 1 и $\frac{98}{97}$; 9) 3,12 и $2\frac{12}{11}$;
 2) 1,819 и 1,82; 6) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{9}$; 10) $-4,87$ и 0;
 3) $\frac{15}{17}$ и $\frac{15}{19}$; 7) 0,37 и $\frac{3}{7}$; 11) $-\frac{13}{23}$ и $-0,01$;
 4) $-23,47$ и $-23,6$; 8) $\frac{13}{121}$ и $\frac{17}{121}$; 12) 2,3 и -4 .

20. Сравните значения выражений, не выполняя вычислений:

- 1) $2,52 \cdot 0,63$ и $2,52 : 0,63$;
 2) $40,3 \cdot 2,4$ и $40,3 : 2,4$;
 3) $5,1 \cdot (-17)$ и $-5,1 \cdot 17$;
 4) $11,7 \cdot (-1,3)$ и $11,7 : (-1,3)$;
 5) $(-22,5) \cdot (-256)$ и $-22,5 : (-265)$;
 6) $-1,447 : (0,72)$ и $-1,447 \cdot (-0,72)$.  21

21. Запишите, используя знак равенства или знаки неравенств, что:

- 1) число $-4,5$ больше $-5,4$;
 2) число $-8,5$ меньше 0;
 3) модуль числа $-7,4$ равен 7,4;
 4) модуль числа нуль равен нулю;
 5) число 1,2 больше 1,1 и меньше 1,3;
 6) число 0 больше -1 и меньше 1.  22

22. Найдите какое-нибудь число x , удовлетворяющее условию $a < x < b$:

- 1) $a = 0,83$, $b = 0,84$; 5) $a = -0,76$, $b = -0,7$;
 2) $a = 0,241$, $b = 0,242$; 6) $a = -1,23$, $b = 1,3$;
 3) $a = \frac{15}{17}$, $b = \frac{16}{17}$; 7) $a = -\frac{13}{21}$, $b = -\frac{13}{22}$;
 4) $a = \frac{7}{9}$, $b = \frac{8}{9}$; 8) $a = \frac{19}{31}$, $b = -\frac{19}{32}$.

23. 1) Запишите, используя знаки неравенств, что:

- а) сумма чисел 0,617 и $-0,384$ — положительное число;
 б) разность чисел $-1,3$ и $-0,81$ — отрицательное число;
 в) произведение чисел $-0,65$ и $-0,72$ — положительное число;
 г) частное чисел 129 и $-0,075$ — отрицательное число.

2) Проверьте, верные ли получились неравенства.  23