УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
М91

Муравин, Г. К.
М91 Математика. 6 кл. : учебник / Г. К. Муравин, О. В. Муравина. — 7-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2019. — 319, [1] с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-358-22978-5

Учебник входит в линию учебно-методических комплексов по математике для 1—11 классов. Теоретический материал учебника представлен в виде блоков, в которые включены разнообразные и интересные задачи, дифференцированные по уровню сложности. К большинству задач даны ответы, к трудным задачам — советы и решения.

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, имеет гриф «Рекомендовано» и включён в Федеральный перечень учебников в составе завершённой предметной линии.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-358-22978-5

© ООО «ДРОФА», 2013

Оглавление

Дорогие шестиклассники!

Вы продолжаете изучать одну из самых древних наук — ***математику***.

Математика — фундамент технического прогресса. Без неё немыслимы строительство зданий и мостов, использование атомной энергии, космические полёты. Важную роль математики в развитии интеллекта человека отмечал Михаил Ломоносов: «Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит».

Знать математику — значит уметь решать задачи. В нашем учебнике много разнообразных и интересных задач. В задачах, номера которых не имеют дополнительных обозначений, вы не должны испытать затруднений. Значком « » отмечены задачи, в которых путь к ответу немного сложнее. Задачи, над которыми следует подумать, имеют обозначение «●». Изобретательность понадобится вам при решении *задач на смекалку*.

Часть задач учебника удобнее решать в рабочей тетради. Для этих задач указана ссылка на номер задания тетради с помощью значка . Ссылка с помощью значка указывает на материалы, представленные в электронном приложении и электронной форме учебника.

Учебник состоит из глав, главы — из пунктов. В каждом пункте есть и теоретический материал, и задачи. Каждый пункт учебника завершается контрольными вопросами и заданиями. В учебнике есть раздел «Ответы. Советы. Решения». В этом разделе вы найдёте ответы к большинству заданий, а к некоторым из них — советы и даже решения. Поможет вашей работе и справочный материал, размещённый на форзацах учебника.

История математики — это история великих открытий. С некоторыми из них вы познакомитесь в главе 5 «Повторение». Наше время — период расцвета математики, но впереди ещё очень много открытий. Надеемся, что некоторые из них предстоит сделать вам.

Желаем вам успеха!

Глава 1

Пропорциональность

1 Подобие фигур

Многим из вас на каникулах удалось сделать интересные фотоснимки. В фотоателье из них делают фотографии. Обычно сначала заказывают небольшие фотографии, а затем наиболее удачные из них увеличивают. На рисунках 1 и 2 вы видите фотографии, сделанные по одному и тому же фотоснимку цветка. На второй фотографии изображение цветка в 2 раза больше, чем на первой. Можно сказать, что второе изображение является увеличенной в 2 раза копией первого.

Определить на глаз, что второе изображение именно в 2, а не в 1,8 или 2,1 раза больше первого, невозможно. Однако с помощью линейки мы можем измерить, например, высоту первой фотографии, равную 2,4 см, и сравнить её с высотой второй фотографии, равной 4,8 см. Разделив высоту второй фотографии на высоту первой, получим, что вторая фотогра-

Рис. 1

Рис. 2

фия действительно в 2 раза больше. Тот же результат получается, если вместо высот фотографий взять, например, расстояния между концами самого левого и самого правого лепестков цветка.

1. На рисунке 3 буквы «а» имеют одинаковую форму.
1) Во сколько раз третья буква больше первой?
2) Во сколько раз вторая буква меньше третьей?

Рис. 3

2. В типографском деле форма букв определяется шрифтом, а размер букв — кеглем. На рисунке 4 найдите пары букв, которые отличаются только кеглем.

Рис. 4

Фигуры одной и той же формы часто встречаются в геометрии. Например, одна и та же форма у всех равносторонних треугольников, у всех квадратов, у всех кругов (рис. 5).

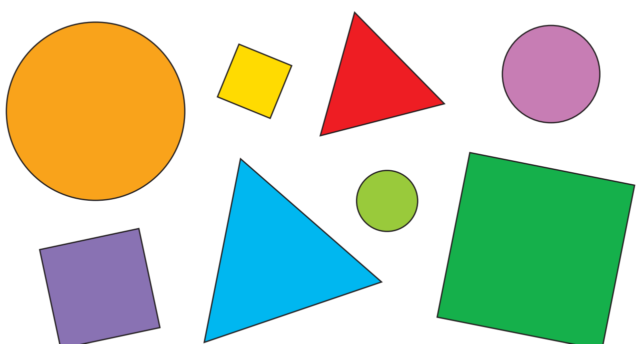


Рис. 5

Геометрические фигуры, имеющие одинаковую форму, называют *подобными*.

3. На рисунке 6 изображены пары подобных фигур.

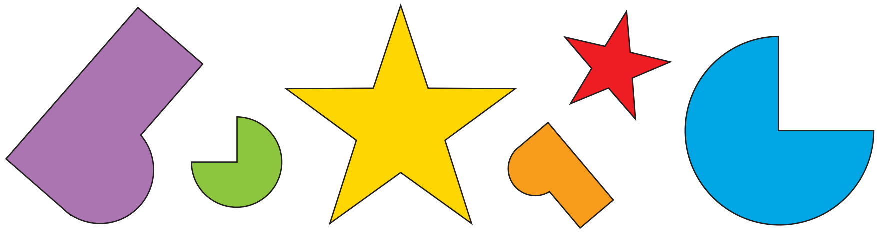


Рис. 6

1) Подберите каждой фигуре её пару.
2) С помощью линейки определите, во сколько раз одна из подобных фигур больше или меньше, чем другая.

Число, показывающее, во сколько раз одна из подобных фигур больше или меньше другой, называют *коэффициентом подобия*.

Равные фигуры, конечно, тоже можно считать подобными. Коэффициент подобия у них равен 1. 1

4●. 1) Попробуйте, не производя измерений, указать на рисунке 7 подобные друг другу прямоугольники (их только два).

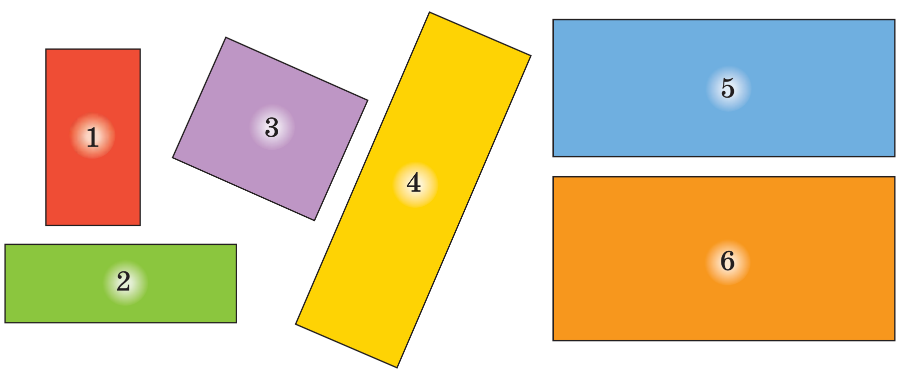


Рис. 7

2) Измерьте линейкой длины сторон прямоугольников, определите, какие подобны друг другу и чему равен их коэффициент подобия.

3) Во сколько раз отличаются периметры и во сколько раз — площади этих подобных прямоугольников? 2

Меньшие стороны подобных прямоугольников отличаются друг от друга во столько же раз, во сколько раз отличаются их большие стороны.

5. Подобен ли прямоугольник $ABCD$ прямоугольнику $KLMN$, если:

1) $AB = 32$ см, $BC = 24$ см, $KL = 16$ см, $LM = 12$ см;

2) $AB = 1{,}5$ дм, $BC = 2{,}3$ дм, $KL = 6$ дм, $LM = 9{,}2$ дм;

3) $AB = 5$ мм, $BC = 7$ мм, $KL = 7$ мм, $LM = 10{,}8$ мм;

4) $AB = \frac{6}{13}$ м, $BC = \frac{5}{12}$ м, $KL = \frac{3}{13}$ м, $LM = \frac{5}{6}$ м?

6. Найдите периметры и площади подобных прямоугольников $ABCD$ и $KLMN$, если известно, что:

1) $AB = 3$ см, $BC = 2$ см, $KL = 9$ см, $LM = 6$ см;

2) $KL = 13$ см, $LM = 10$ см, $AB : KL = 0{,}2$;

3) $AB = 6{,}5$ см, $BC = 5{,}2$ см, $AB : KL = 1{,}3$;

4) $AB = 9$ см, $BC = 6$ см, $AB : KL = \frac{3}{2}$.

7●. Прямоугольник с измерениями 5 см и 8 см подобен прямоугольнику, одна из сторон которого 10 см. Какой может быть вторая сторона этого прямоугольника?

8○. Два садовых участка имеют общий забор длиной 10 м (рис. 8). Площадь большего участка равна 200 м^2. Найдите площадь меньшего участка, зная, что участки являются подобными прямоугольниками.

Рис. 8

9●. Прямоугольник со сторонами:

1) 6 см и 9 см; 2) 4 см и 8 см; 3) 3,2 дм и 1,6 дм;

4) $1\frac{3}{4}$ м и 7 м разрезали на два прямоугольника, один из которых оказался подобен исходному прямоугольнику. Найдите: 4

а) коэффициент подобия;

б) периметры подобных прямоугольников;

в) площади подобных прямоугольников.

10. Можно ли квадрат разрезать на два подобных, но не равных между собой прямоугольника?

Если увеличивать треугольник с сохранением его формы (рис. 9), величины углов треугольника не изменятся. Можно сказать, что форма треугольника определяется тем, какие у него углы.

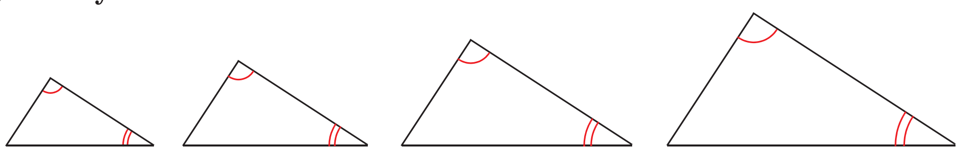


Рис. 9

Если углы одного треугольника соответственно равны углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

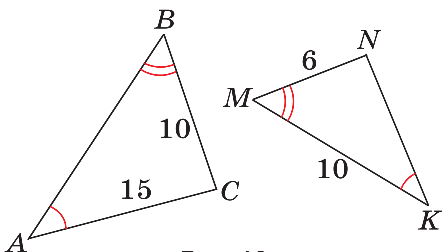


Рис. 10

На рисунке 10 у двух подобных треугольников указаны длины некоторых сторон в сантиметрах. Коэффициент подобия этих треугольников равен частному длин сторон, лежащих напротив равных углов: $k = \frac{BC}{MN} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$.

Треугольник ABC подобен треугольнику KMN с коэффициентом подобия $\frac{5}{3}$. Используем найденный коэффициент подобия для вычисления длин сторон KN и AB.

В треугольнике KMN сторона KN расположена напротив угла M, который отмечен двойной дужкой. В треугольнике ABC напротив такого же по величине угла B лежит сторона AC, равная 15. Имеем $AC : KN = k$. Выражаем KN как неизвестный делитель:

$$KN = AC : k = 15 : \frac{5}{3} = \frac{15 \cdot 3}{5} = 9 \text{ (см)}.$$

Сторона AB в треугольнике ABC лежит напротив такого же угла, как и сторона KM в треугольнике KMN, поэтому $AB : KM = k$. Выражаем AB как неизвестное делимое:

$$AB = k \cdot KM = \frac{5}{3} \cdot 10 = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ (см)}.$$

Стороны подобных треугольников, лежащие напротив соответственно равных углов, называют сходственными.

11. На рисунке 11 изображены треугольники, среди которых две пары подобных. Найдите подобные треугольники. Назовите равные углы и сходственные стороны подобных треугольников. 5

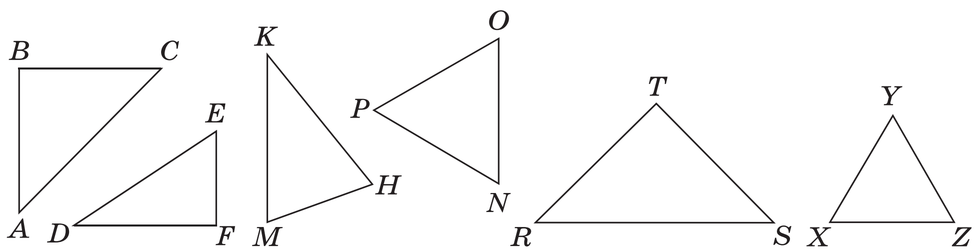


Рис. 11

12. Стороны треугольника MNK равны 5 см, 10 см и 12 см. Найдите стороны подобного треугольника с вершинами в точках D, E и F, зная, что большая его сторона равна 6 см. Выпишите пары равных углов этих треугольников.

Называя подобные треугольники, вершины соответственно равных углов перечисляют обычно в одном и том же порядке. Это позволяет легко определить сходственные стороны треугольников.

13. В треугольнике ABC $AB = 2$ см, $BC = 4$ см, $AC = 5$ см.
1) Найдите стороны подобного ему треугольника:
а) DEF, зная, что большая его сторона равна 10 см;
б) KLM, зная, что меньшая его сторона равна 10 см.
2) Найдите коэффициент подобия треугольников:
а) ABC и DEF; б) ABC и KLM; в) KLM и DEF.
3) Выпишите равные углы этих треугольников.

14●. 1) Найдите на рисунке 12 пары равных углов.
2) Что можно сказать о треугольниках ABC и MBN?
3) Найдите коэффициент подобия треугольников ABC и MBN.
4) Найдите длины сторон треугольников ABC и MBN.

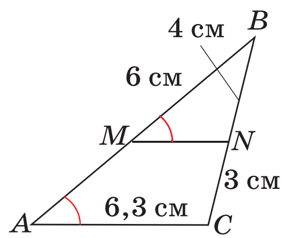


Рис. 12

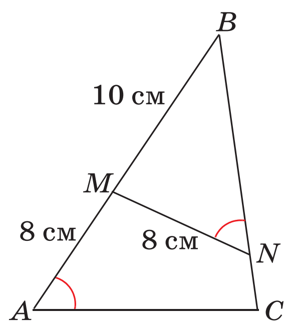


Рис. 13

15●. На рисунке 13 обозначены равные углы BNM и BAC.
1) Докажите, что углы BMN и BCA равны.
2) Что можно сказать о треугольниках ABC и MBN?
3) Найдите длины сторон треугольников ABC и MBN.

16. Как изменится площадь квадрата, если его стороны:
1) увеличить в 5 раз;
2) уменьшить в 1,3 раза;
3) увеличить в $1\frac{1}{3}$ раза?

Подобными могут быть и геометрические тела. Так, например, подобны любые два куба, любые два шара (рис. 14).

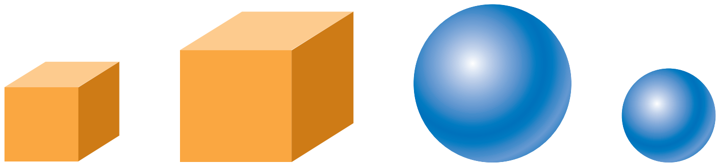


Рис. 14

17. 1) Ребро куба равно $\frac{3}{4}$ см. Как изменится объём куба, если его ребро: а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 2 раза?
2) Ребро куба равно a см. Как изменится объём куба, если его ребро: а) увеличить в 3 раза; б) уменьшить в 3 раза?

18. Объём одного куба равен 8 см^3, а объём другого куба равен 27 см^3. Найдите коэффициент подобия этих кубов.

19○. Площадь поверхности одного куба равна 54 см^2, а площадь поверхности другого куба равна 864 см^2. Найдите коэффициент подобия этих двух кубов.

20●. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2 см, 4 см и 5 см. Одно из рёбер подобного ему прямоугольного параллелепипеда равно 60 см. Каким может быть коэффициент подобия этих параллелепипедов? Для каждого случая найдите объём и площадь поверхности второго параллелепипеда.

21. Выпишите номера верных утверждений.
1) Геометрические фигуры, имеющие одинаковую форму и размеры, называют равными.
2) Геометрические фигуры, имеющие одинаковую форму, называют подобными.
3) Квадраты равны, если равны их стороны.
4) Любые два квадрата подобны.

5) Треугольники подобны, если углы одного треугольника соответственно равны углам другого треугольника.
6) Любые два равносторонних треугольника подобны.
7) Любые два равнобедренных треугольника подобны.
8) Любые два круга подобны.
9) Если фигуру увеличить в k раз, то и её площадь увеличится в k раз.
10) Если ребро куба уменьшить в n раз, то его объём уменьшится в n^3 раз.

Задачи на смекалку

22. 1) Найдите площади квадратов, изображённых на рисунке 15, если сторона клетки равна 0,5 см.
2) Постройте на бумаге в клетку квадраты, площади которых равны: 2, 4, 5, 8, 9, 10, 16, 17 клеткам.

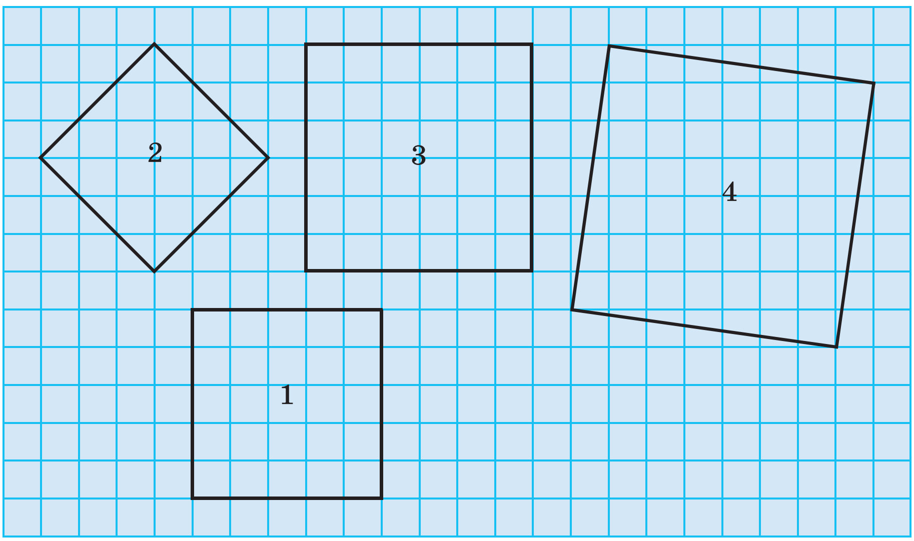


Рис. 15

23. Фигура состоит из трёх равных квадратов. Как нужно вырезать из этой фигуры часть, чтобы, приложив её к оставшейся части, получить квадрат, внутри которого вырезан квадрат (рис. 16)? Чему равен коэффициент подобия большого квадрата и вырезанной его части?

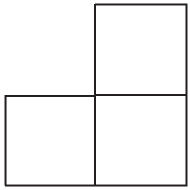


Рис. 16

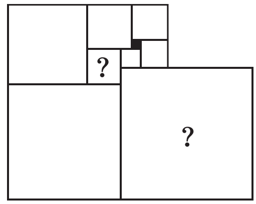


Рис. 17

24. Девять квадратов расположены так, как показано на рисунке 17. Сторона чёрного квадрата равна 1 мм. Найдите стороны двух квадратов, отмеченных вопросительными знаками.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие фигуры называют подобными? Приведите примеры подобных фигур.

2. Известно, что прямоугольник $KLMN$ подобен прямоугольнику $OPRS$ с коэффициентом подобия 3 и $KL = 6$ см, $KN = 12$ см. Какова площадь прямоугольника $OPRS$?

3. Ребро куба равно 1 дм. Найдите объём куба, ребро которого уменьшили в 3 раза. Тест 3

2 Масштаб

Понятие, аналогичное коэффициенту подобия, часто используется при изображении объектов окружающего мира. Так, например, в кабинете географии вы можете увидеть *глобус* — уменьшенную модель планеты Земля, на которой мы с вами живём (рис. 18).

С древних времён путешественникам помогают находить путь географические карты, на которых изображают части земной поверхности. Расстояния на географической карте во много раз меньше, чем на местности. Поэтому на карте обязательно указывают её *масштаб*. Масштаб позволяет определить, *во сколько раз расстояния на карте меньше, чем на местности*. Слово «масштаб» происходит от немецких слов *мас* — «мера» и *штаб* — «палка» и, по-видимому, непосредственно связано с процессом измерения расстояний.

Рис. 18

Масштаб карты показывает, какую часть от реальных расстояний составляют расстояния на карте.

25. На рисунке 19 — вид на Московский Кремль, а на рисунке 20 представлена карта, масштаб которой 1 : 10 000. 6

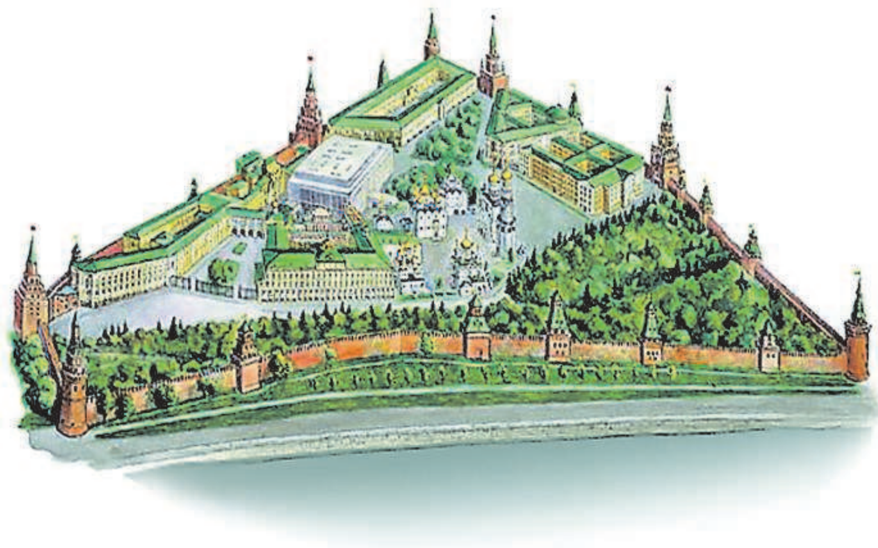
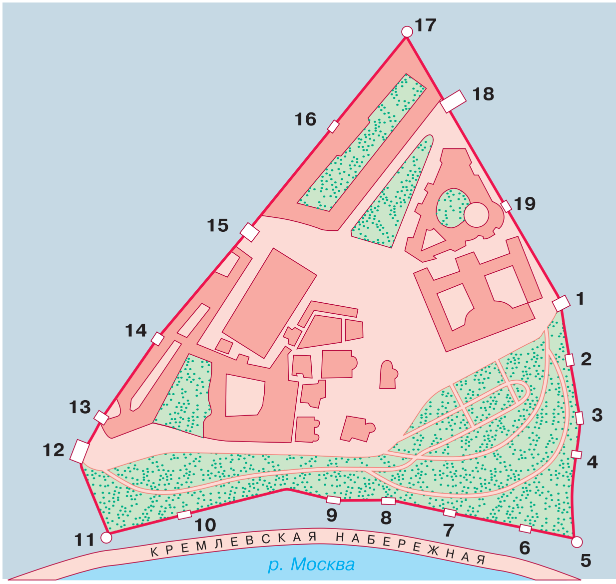


Рис. 19



1. Спасская башня
2. Царская башня
3. Набатная башня
4. Константино-Еленинская башня
5. Беклемишевская башня
6. Петровская башня
7. 2-я Безымянная башня
8. 1-я Безымянная башня
9. Тайницкая башня
10. Благовещенская башня
11. Водовзводная башня
12. Боровицкая башня
13. Оружейная башня
14. Комендантская башня
15. Троицкая башня
16. Средняя Арсенальная башня
17. Угловая Арсенальная башня
18. Никольская башня
19. Сенатская башня

Рис. 20

Проверьте, верны ли утверждения:
1) 1 см расстояния на карте равен 100 м на местности;
2) 500 м на местности равны 2 см на карте;
3) расстояние на карте между ближними к Москве-реке угловыми башнями Кремля (см. рис. 20, башни 5 и 11) равно 6,3 см, значит, расстояние на местности равно 630 м.

26. Запишите, какую часть составляет: 7

1) 1 см от 1 м;
2) 1 дм от 1 км;
3) 1 см от 1 км;
4) 1 см от 10 км;
5) 1 мм от 1 м;
6) 1 мм от 1 км.

27. 1) Найдите масштаб карты, на которой расстояние 50 км изображено отрезком длиной:

а) 5 см; б) 2,5 см; в) 10 см; г) 1 см.

2) На какой из этих карт изображение местности мельче?

28. Масштаб карты на рисунке 21 равен 1 : 100 000. Говорят, что карта сделана в масштабе одна стотысячная.

1) Длина отрезка между Борисовкой и Васильевкой на карте равна 3 см. Чему равно расстояние между Борисовкой и Васильевкой на местности?