

И. Ф. Шарыгин  
Л. Н. Ерганжиева

# Математика

## Наглядная геометрия

# 5·6

КЛАССЫ

---

*Учебник*



Рекомендовано  
Министерством просвещения  
Российской Федерации

*8-е издание, стереотипное*



Москва  
ДРОФА  
2020

УДК 373.167.1:514  
ББК 22.151я721  
Ш26

Одобрено Научно-редакционным советом корпорации  
«Российский учебник» под председательством академиков  
Российской академии наук В. А. Тишкова и В. А. Черешнева

**Шарыгин, И. Ф.**

Ш26 Математика : Наглядная геометрия : 5—6 классы : учебник /  
И. Ф. Шарыгин, Л. Н. Ерганжиева. — 8-е изд., стереотип. — М. :  
Дрофа, 2020. — 192 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-358-23528-1

Содержание учебника направлено на развитие геометрической интуиции, пространственного воображения, изобразительных навыков учащихся. Включение в учебник интересных задач, исторических сведений, примеров влияния геометрии на архитектуру и искусство, а также головоломок, лабиринтов, орнаментов и др. способствует развитию интереса к изучению геометрии. Этому же способствуют стиль изложения и художественное оформление учебника.

Учебник может быть использован с любым систематическим курсом математики для 5—6 классов основного общего образования.

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514  
ББК 22.151я721

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

**Шарыгин Игорь Федорович, Ерганжиева Лариса Николаевна**

**МАТЕМАТИКА. НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

**5—6 классы**

Учебник

Зав. редакцией *М. Г. Циновская*. Редактор *Т. С. Зельдман*

Оформление *А. В. Кузнецов*. Макет *М. Г. Мицкевич*

Художественный редактор *А. В. Пряхин*

Компьютерная верстка *С. Н. Терентьева*

Технический редактор *Е. Ю. Липченко*. Корректор *Г. И. Мосякина*

Подписано к печати 23.07.19. Формат 70 × 100 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура «Ньютон».

Печать офсетная. Усл. печ. л. 15,48. Тираж 2000 экз. Заказ №

ООО «ДРОФА». 123112, г. Москва, Пресненская набережная,  
дом 6, строение 2, помещение № 1, этаж 14.



[rosuchebnik.rf/метод](http://rosuchebnik.rf/метод)

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги  
можно отправлять по электронному адресу: [expert@rosuchebnik.ru](mailto:expert@rosuchebnik.ru)

По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:  
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: [sales@rosuchebnik.ru](mailto:sales@rosuchebnik.ru)

Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:  
[lecta.rosuchebnik.ru](http://lecta.rosuchebnik.ru), тел.: 8-800-555-46-68

В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных  
материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие  
программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков [rosuchebnik.rf/метод](http://rosuchebnik.rf/метод)

6+

ISBN 978-5-358-23528-1

© ООО «ДРОФА», 2013

© ООО «ДРОФА», 2018, с изменениями

*Глядя на мир, нельзя не удивляться.*


Козьма Прутков

## *Дорогие пятиклассники!*

Книга, которую вы только что открыли, не похожа на обычный учебник. Эта книга введёт вас в мир геометрии. Впрочем, это не совсем так. На самом деле этот мир окружает вас с самого рождения. Ведь всё, что вы видите вокруг (прямоугольник окна, загадочный узор снежинки, дома-параллелепипеды, капля воды, велосипедная шина, узел на верёвке, линия, по которой движется брошенный камень), так или иначе относится к геометрии, ничто не ускользает от её внимательного взгляда.

Мы хотели бы, чтобы эта книга помогла вам идти по миру геометрии с широко открытыми глазами, научила внимательно смотреть вокруг и видеть красоту обычных вещей, смотреть и думать, думать и делать выводы.

Прежде всего эту книгу надо не просто читать, но и понимать, перечитывая трудные места, внимательно рассматривать рисунки. Надо постоянно решать задачи. Не отчаивайтесь, если задача кажется трудной или не удаётся чертёж. Не торопитесь заглянуть в ответ, подумайте ещё немного, попытайтесь сделать ещё несколько рисунков. Если всё-таки что-то не получается — посмотрите ответ, разберитесь в приведённом там решении. Мы уверены: прекрасный мир геометрии постепенно начнёт открывать свои тайны, и вы полюбите его на всю жизнь.


Если в начале параграфа вы увидите значок , то можете обратиться к электронной форме учебника, где имеется дополнительный информационный материал и задания для самоконтроля.

*Авторы*

# 5 класс



## Первые шаги в геометрии

*«Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Всё вокруг — геометрия». Эти слова, сказанные великим французским архитектором Ле Корбюзье в начале XX в., очень точно характеризуют и наше время. Мир, в котором мы живём, наполнен геометрией домов и улиц, гор и полей, творениями природы и человека. Лучше ориентироваться в нём, открывать новое, понимать красоту и мудрость окружающего мира поможет вам эта книга.* 

Геометрия зародилась в глубокой древности. Строя жилища и храмы, украшая их орнаментами, размечая землю, измеряя расстояния и площади, человек применял свои знания о форме, размерах и взаимном расположении предметов, полученные из наблюдений и опытов. Почти все великие учёные древности и Средних веков были выдающимися геометрами. Древнегреческий философ Платон, проводивший беседы со своими учениками в роще Академа (Академ — древнегреческий мифологический герой, которого, по преданию, похоронили в священной роще недалеко от Афин), откуда и пошло название «академия», одним из девизов своей школы провозгласил: «Не знающие геометрии не допускаются!» Было это примерно 2400 лет назад. Из геометрии вышла наука, которая называется математикой.

На занятиях по наглядной геометрии, где вы встретитесь

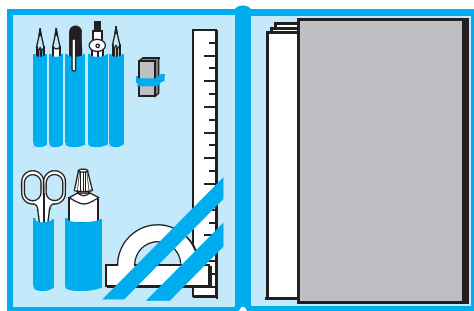


Рис. 1

с интересными головоломками и занимательными задачами, бумажными человечками и геометрическими играми, вашими постоянными спутниками будут наблюдение и опыт. Усидчивость и аккуратность при выполнении заданий помогут вам в достижении цели. Они так же важны, как и смекалка и находчивость при решении задач.

В ходе занятий часто будут встречаться задания на чертить какую-либо фигуру, измерить какие-либо величины. Всё необходимое для выполнения этих заданий вы видите на рисунке 1. Это линейка, циркуль и транспортир, т. е. измерительные и чертёжные инструменты.

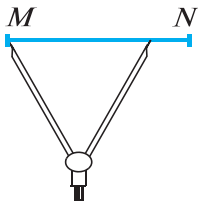
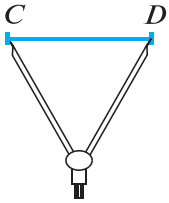


Рис. 2

С помощью линейки можно:

- проводить прямые линии;
- измерять отрезки;
- строить отрезки заданной длины.

Линейку без делений мы назовём математической линейкой. С её помощью можно лишь проводить прямые линии.

Циркуль позволяет:

- строить окружности;
- сравнивать отрезки по величине (рис. 2);
- откладывать на прямой отрезки заданной длины.

Транспортир (рис. 3) используют для измерения и построения углов. Шкала транспортира представляет полуокружность, разделённую на 180 частей.

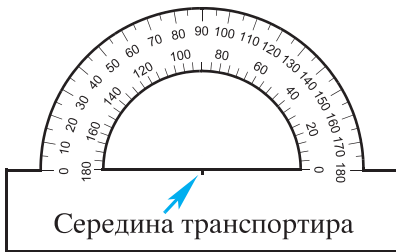


Рис. 3

Одна часть называется ГРАДУСОМ. Шкала транспортира содержит  $180^\circ$  (знак  $^\circ$  заменяет слово «градусов»). В градусах измеряют углы и дуги окружностей.

Будьте внимательны! На транспортире две шкалы! Если сторона угла совпадает с правой половиной основания транспортира, то используют внутреннюю шкалу, а если с левой половиной, то внешнюю!

Мы начнём с нескольких задач, внешне очень различных, но все они так или иначе относятся к геометрии.

**→ Эта стрелочка покажет самое важное, что нужно запомнить.**

Итак, в дорогу! Счастливого пути!

1. Сложите шесть спичек так, чтобы образовалось четыре треугольника (сторона каждого треугольника должна быть равной длине спички).
2. Разрежьте квадрат на четыре равные части разными способами; на пять равных частей.
3. Можно ли нарисовать открытый конверт (рис. 4), не отрывая карандаша от бумаги и не проводя более одного раза никакой линии? А закрытый (рис. 5)?
4. Как разрезать фигуру, показанную на рисунке 6, на две одинаковые части?
5. Арбуз разрезали на четыре части и съели. Получилось пять корок. Может ли такое быть?
6. Как вырезать из целого листа бумаги фигуру, изображённую на рисунке 7? (Приклеивать части нельзя.)

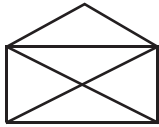


Рис. 4

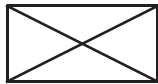


Рис. 5

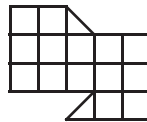


Рис. 6

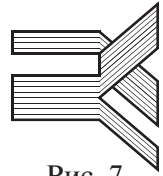



Рис. 7

7. Четыре страны имеют форму треугольников. Как расположены страны одна относительно другой, если у каждой из них есть общие границы с тремя другими? Нарисуйте.
8. Деревянный куб покрасили снаружи краской, каждое его ребро разделили на пять равных частей, после чего куб распилили так, что получились маленькие кубики, у которых ребро в пять раз меньше, чем у исходного куба. Сколько получилось маленьких кубиков? У скольких кубиков окрашены три грани; две грани; только одна грань? Сколько осталось неокрашенных кубиков?



## Пространство и размерность

*Однажды известный математик пытался объяснить своему знакомому поэту, что такое пространство. Тот долго его слушал, а в конце заметил: «Это всё не так. Я знаю, что пространство*

голубое и по нему летают птицы!» К сожалению, математики смотрят на пространство более прозаично. 

Геометрия изучает форму и взаимное расположение фигур в пространстве. Это то пространство, которое окружает нас. Посмотрим вокруг.

Мы живём в мире трёх измерений.

Что это значит? Представим, что перед нами стоит дом (рис. 8) и мы хотим описать его, т. е. объяснить, какой он. Мы говорим: «Этот дом длиной в три подъезда, шириной в два окна, высотой в шесть этажей». В общем, этого вполне достаточно, чтобы представить дом. Нам понадобилось задать три величины — длину, ширину и высоту. Эти три измерения мы используем ежедневно, говоря об окружающих нас предметах: высота дерева, длина дороги, ширина тротуара...

Все предметы (тела) в окружающем нас мире имеют три измерения, хотя далеко не у всех можно указать длину, ширину, высоту. Как называется геометрическое тело, полностью описываемое тремя измерениями — длиной, шириной и высотой? Это ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД. Вернее, прямоугольный параллелепипед. Все его грани являются прямоугольниками. Многие предметы имеют форму параллелепипеда. Это, например, ящик, кирпич, брус. Параллелепипед можно считать символом нашего пространства. Правда, когда мы говорим «длина, ширина и высота», то имеем в виду измерения параллелепипеда, расположенного конкретным образом на земле (или на столе). Высотой в этом случае мы называем измерение, направленное вертикально вверх от земли. Если мы не знаем, как

расположен параллелепипед, то говорить о длине, ширине и высоте было бы не совсем верно. Лучше просто — три измерения. А теперь представим, что высота исчезла. Весь мир стал плоским, как лист бумаги, остались только ДВА ИЗМЕРЕНИЯ — длина и ширина.

Математики говорят, что плоскость является ДВУХМЕРНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ. Какие гео-

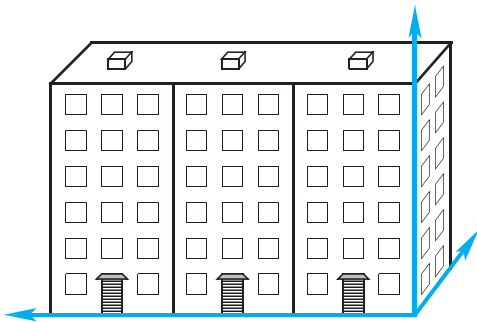
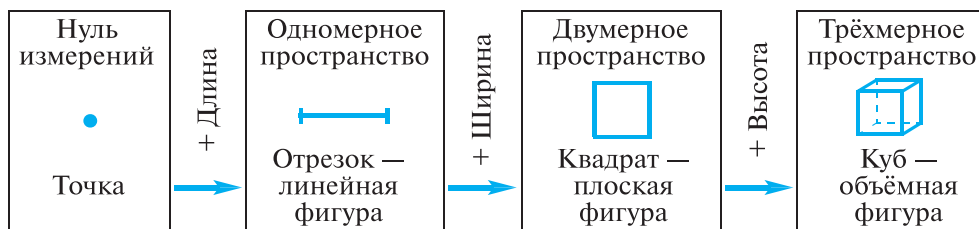


Рис. 8




метрические фигуры могут «жить» в этом мире? Это, например, квадрат, отрезок, круг. А что ещё? Вообразите себя плоским. Вокруг вас живут треугольники, окружности, квадраты, отрезки и другие плоские фигуры. Расскажите, как вам это представляется, какими вы их видите. А что происходит, если они движутся, поворачиваются? Что вы увидите, если плоскость, в которой вы находитесь, пересечёт шар, движущийся сквозь плоскость, как сквозь стену?

Продолжим мысленные эксперименты. Уберём теперь и ширину. Останется **ОДНОМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО** с одним измерением — **ДЛИНОЙ**. Этот мир полностью лежит на прямой; жители его — отрезки, лучи, точки. Какими они видят друг друга?

В удивительном мире геометрии существует и фигура, которая не имеет измерений — длины, ширины, высоты. Вы догадались, что это? Конечно, это **ТОЧКА**.

Схема, приведённая выше, показывает, как увеличение числа измерений влечёт за собой изменение и усложнение геометрических фигур.

 *Разделите пополам тетрадный лист вертикальной чертой, слева напишите названия тех фигур (или начертите их), которые можно поместить в плоскости, а справа — тех, которые нельзя. Сможете ли вы указать по 10 фигур в каждой колонке?*

С давних пор люди пытались объёмные тела изобразить на плоскости так, чтобы их сразу можно было отличить от плоских, чтобы чувствовалась глубина пространства. Была разработана научная теория перспективы, позволяющая «обмануть» зрение. Картина венгерского художника Виктора Вазарели «Изучение перспективы» — прекрасный тому пример (рис. 9). На ней видно, как линии, уходящие вглубь, сходятся в одной точке, а фигура, находящаяся дальше от нас,



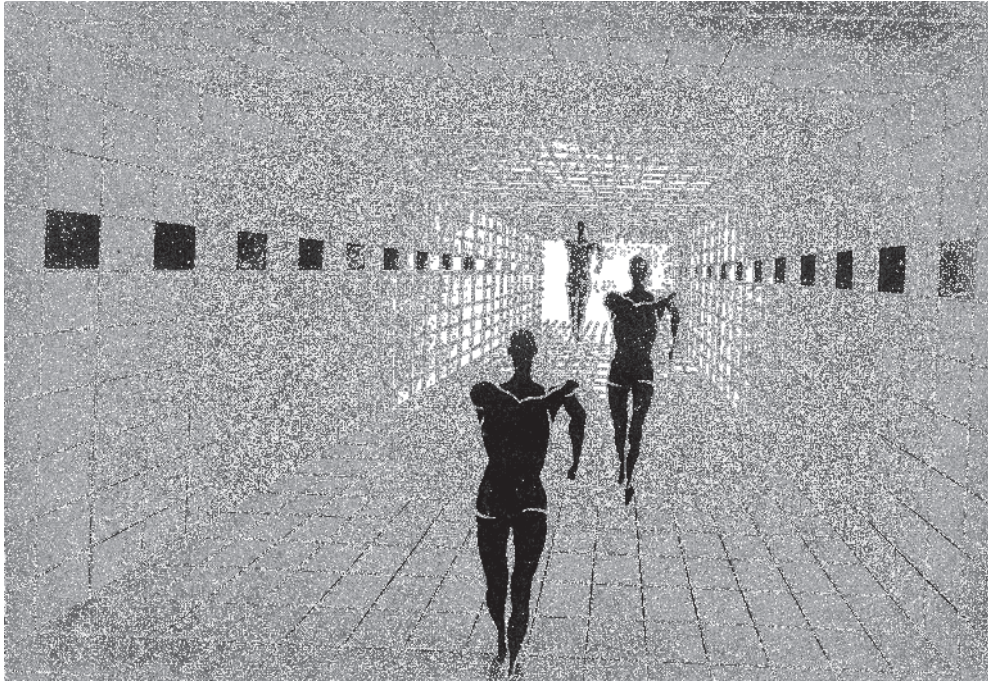


Рис. 9. *В. Вазарели*. Изучение перспективы

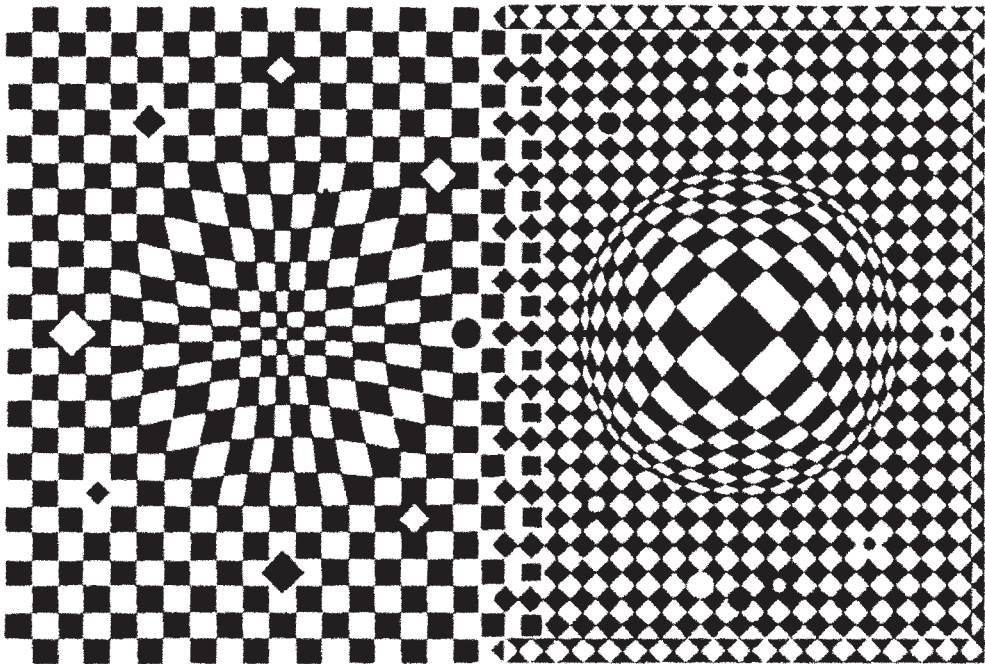


Рис. 10

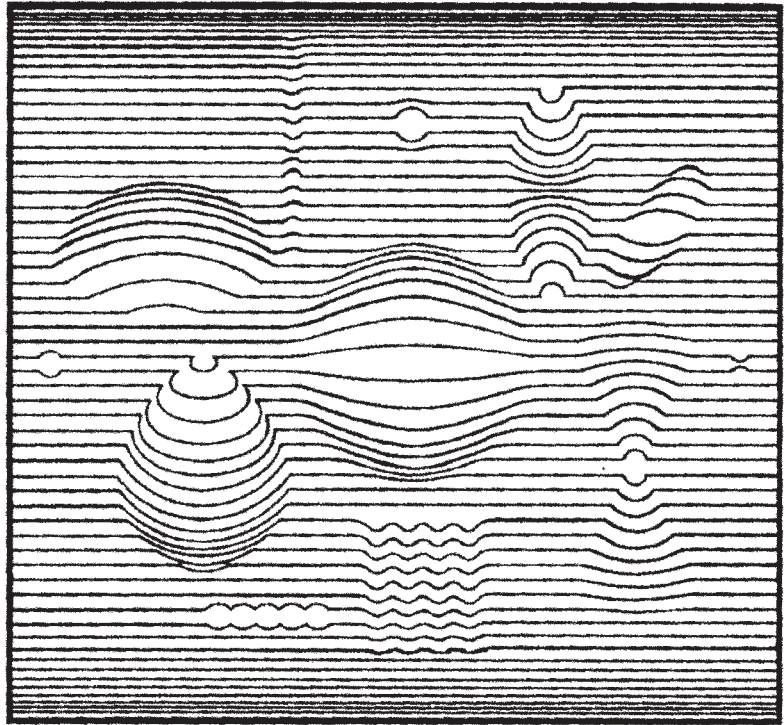
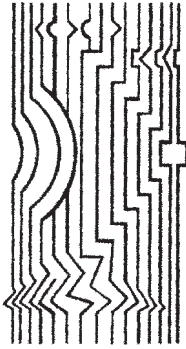
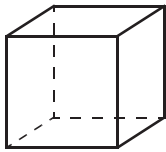
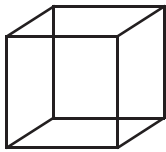


Рис. 11



а)



б)

Рис. 12

изображается в виде фигуры меньших размеров. С понятием перспективы вы подробнее познакомитесь на уроках рисования.

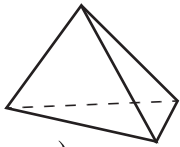
ПЕРСПЕКТИВА — не единственное средство изображения трёхмерного пространства на плоскости.

Рассмотрите, как Вазарели с помощью изгибов линий удалось передать вмятины, выпуклости, капли на плоском листе бумаги (рис. 10, 11).

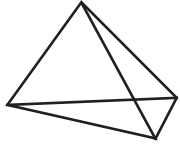


*Придумайте и нарисуйте свою картинку с кажущимися выпуклостями и вмятинами на листе бумаги.*

В геометрии для облегчения восприятия пространства договорились изображать линии, скрытые от взора наблюдателя, пунктирными. Например, куб принято изображать так, как на рисунке 12, а. Если же мы нарисуем его без пунктирных линий (рис. 12, б), то



а)



б)

Рис. 13


можно усомниться, что это куб. Может, это просто набор сложенных определённым образом треугольников и четырёхугольников? Даже если мы и видим куб, то всякий раз иначе видим, какая грань впереди, а какая сзади.

Пирамиду изобразим так, как на рисунке 13, а. А вот на рисунке 13, б изображён четырёхугольник, противоположные вершины которого соединены отрезками. Эти отрезки называются ДИАГОНАЛЯМИ. Пунктирная линия на рисунке 13, а делает этот рисунок объёмным и позволяет отличать изображение пирамиды от четырёхугольника с диагоналями. Научитесь изображать на клетчатой бумаге куб и пирамиду.


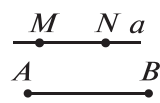

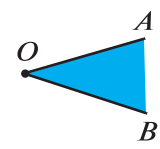
1. Сколько одинаковых квадратов надо взять, чтобы из них можно было сложить в два раза больший квадрат? Сколько одинаковых кубиков надо для составления в два раза большего куба?
2. Треугольник можно разделить на четыре равных треугольника. Как? Если от треугольной пирамиды отрезать четыре её уголка, проведя разрезы через середины рёбер, то будет ли оставшаяся часть также треугольной пирамидой?
3. Если известно, сколько у многоугольника вершин, то сразу можно сказать, сколько у него сторон. Их столько же. Например, у пятиугольника пять вершин и пять сторон. Для многогранников (объёмных тел) это не так. Как известно, у параллелепипеда восемь вершин и шесть граней. Придумайте какой-нибудь многогранник, у которого также восемь вершин, но число граней не равно шести. Сколько таких многогранников вы можете придумать?
4. Изобразите многогранник, у которого пять вершин и пять граней. А теперь — многогранник, у которого пять вершин и шесть граней.
5. На какое самое большое число частей можно разрезать блин тремя разрезами? Сколько частей может получиться при трёх разрезах каравая?



## Простейшие геометрические фигуры

Так же как самое большое здание складывается из маленьких кирпичей, так и сложные геометрические фигуры составляются из простейших геометрических фигур. О них вы узнаете из этого раздела. Здесь также будут рассмотрены наиболее часто используемые геометрические инструменты — линейка, циркуль, транспортир. 

Итак, простейшие фигуры и их обозначения.

	<b>Точка <math>A</math>.</b>
	<b>Прямая <math>a</math>. Её ещё можно назвать прямой <math>MN</math>. Отрезок <math>AB</math> — это часть прямой между двумя точками <math>A</math> и <math>B</math> (из прямой как бы вырезали кусочек). Точки <math>A</math> и <math>B</math> — концы отрезка <math>AB</math>.</b>
	<b>Луч <math>OM</math> — это часть прямой по одну сторону от некоторой точки — начала луча (похоже на луч фонарика, точка <math>O</math> — как лампочка фонарика). Точка <math>O</math> — начало луча.</b>
	<b>Угол <math>AOB</math> — это часть плоскости, ограниченная двумя лучами, выходящими из одной точки. Точка <math>O</math> — общее начало лучей <math>OA</math> и <math>OB</math>, точка <math>O</math> — вершина угла.</b>

В обозначении угла вершина всегда ставится в середине: угол  $AOB$ . Лучи  $OA$  и  $OB$  — стороны угла.



Начертите в тетради точку, прямую, отрезок, луч и угол. Обозначьте их.

На рисунке 14 изображены три прямые и точки на них. Найдите три отрезка, три луча, три угла. Запишите их. Сколько различных лучей вы можете назвать?

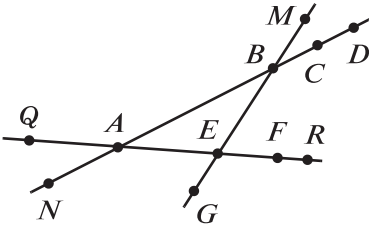


Рис. 14

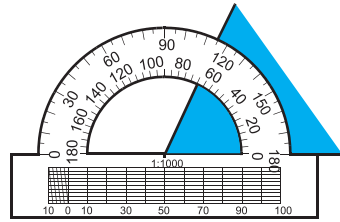


Рис. 15

В начальных классах вы научились измерять отрезки. А как измерить угол?

Приложите транспортир к углу (рис. 15) так, чтобы:  
а) вершина угла совпала с чёрточкой — серединой основания транспортира;

б) одна сторона угла совпала с основанием транспортира, соответствующим  $0^\circ$ .

Вторая сторона угла указывает на шкале угол в градусах.

Среди всех углов выделяется ПРЯМОЙ угол (рис. 16, б). Прямой угол содержит  $90^\circ$ . По отношению к нему остальные углы делятся на две группы: ОСТРЫЕ углы (меньше  $90^\circ$ , рис. 16, а) и ТУПЫЕ углы (больше  $90^\circ$ , рис. 16, в). Угол, равный  $180^\circ$ , называется РАЗВЕРНУТЫМ (рис. 17).



Измерьте углы в четырёхугольнике  $ABCD$  (рис. 18).

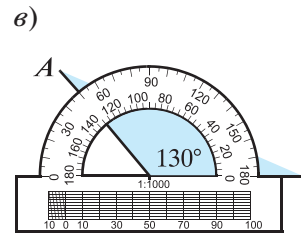
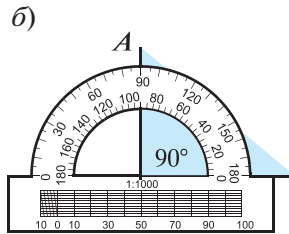
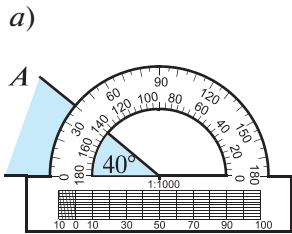


Рис. 16

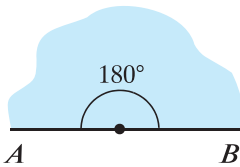


Рис. 17

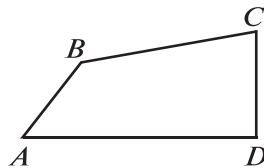


Рис. 18

## Простейшие геометрические фигуры

1. Проведите через одну точку три прямые. Сколько при этом образовалось углов (рассматриваются углы с вершиной в точке пересечения прямых)?
2. Начертите при помощи транспортира углы, равные  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ , ...,  $170^\circ$ , причём так, чтобы одна сторона у всех углов была общей.
3. Постарайтесь при помощи одной линейки (на глазок) построить углы, равные  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ . А теперь измерьте транспортиром построенные углы. На сколько вы ошиблись?
4. На плоскости даны две пересекающиеся прямые. Один из углов между ними равен  $28^\circ$ . Сделайте чертёж. Измерьте остальные углы. Что получится, если угол между прямыми равен  $33^\circ$ ?

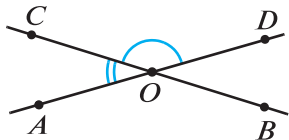
Проведённые измерения и наблюдения приведут вас к следующему выводу.

→ При пересечении двух прямых образуются две пары равных углов. Это — пары вертикальных углов. Стороны одного из них являются продолжением сторон другого угла.

 Назовите пары вертикальных углов, изображённых на рисунке 19.

→ Вертикальные углы не имеют общих сторон. У них общая вершина.

Рис. 19



На рисунке 19 есть также пары углов с общей стороной. Это, например, углы  $AOC$  и  $DOC$ . Сторона  $OC$  у них общая, а стороны  $OA$  и  $OD$  составляют развёрнутый угол. Такие два угла называются СМЕЖНЫМИ. Подумайте, чему равна сумма смежных углов.

5. Изобразите четырёхугольник, у которого три угла прямые. Как вы думаете, будет ли и четвёртый угол прямым?

6. Нарисуйте квадрат и проведите его диагональ. Как вы думаете, какие углы образует диагональ со сторонами квадрата? Проверьте свою интуицию измерением. Можете ли вы объяснить, почему угол именно такой? А если взять квадрат других размеров — больше или меньше, — изменится ли угол между сторонами квадрата? Вырежьте из бумаги квадрат и сложите его вдвое по диагонали. Что вы заметили?
7. Чему равен угол между минутной и часовой стрелками на часах в 9 ч, 10 ч, 6 ч, 5 ч, 11 ч 30 мин?
8. На угол в  $10^\circ$  смотрят через увеличительное стекло с десятикратным увеличением. Чему равен угол, наблюдаемый сквозь стекло?



В задании 6 вы складывали квадрат по диагонали. Половинки квадрата (треугольники) совпали, т. е. диагональ квадрата разделила его на две равные части. И угол квадрата разделился пополам. Диагональ квадрата является **БИССЕКТРИСОЙ** угла. Биссектриса угла — это луч, выходящий из его вершины и делящий угол на два равных.

9. Начертите на листе бумаги любой угол и вырежьте его по сторонам, оставив бумагу между сторонами угла неразрезанной. Как вы думаете, можно ли без карандаша и линейки построить биссектрису этого угла? Как это сделать? Для всякого ли угла можно построить биссектрису?
10. Начертите в тетради угол, равный  $60^\circ$ . Какой угол образует биссектриса этого угла с его сторонами? Проведите её.
11. Начертите в тетради какой-нибудь угол, проведите в нём на глаз биссектрису и проверьте измерением. Потренируйтесь таким образом в развитии глазомера.
12. На плоскости проведены три луча  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ . Чему может равняться угол  $AOC$ , если: а)  $\angle AOB = 70^\circ$ ,  $\angle BOC = 50^\circ$ ; б)  $\angle AOB = 102^\circ$ ,  $\angle BOC = 84^\circ$ ?