МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ

МАТЕМАТИКА

Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич

ГЕОМЕТРИЯ

ЗАДАЧНИК

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

11 класс

Рекомендовано Министерством просвещения Российской Федерации

6-е издание, стереотипное

Москва

ДРОФА

2020

российский учебник

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
П64

Одобрено Научно-редакционным советом корпорации «Российский учебник» под председательством академиков Российской академии наук В. А. Тишкова и В. А. Черешнева

Потоскуев, Е. В.
П64 Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Углублённый уровень. 11 кл. : задачник / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич. — 6-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2020. — 236, [4] с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-358-23584-7

Задачник является частью УМК для 10—11 классов, предназначенного для изучения предмета на углублённом уровне, и содержит более 1000 задач разной степени трудности, помогающих изучению и усвоению материала, изложенного в учебнике.

Пособие соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

ISBN 978-5-358-23584-7

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебный комплекс Е. В. Потоскуева, Л. И. Звавича «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Углублённый уровень. 11 класс» включает учебник, задачник, электронное приложение, методическое пособие.

Настоящая книга представляет собой задачник по стереометрии для 11 классов с углублённым изучением математики. Он содержит более 1000 задач, соответствующих теоретическому материалу, изложенному в учебнике, и набор задач по стереометрии из вариантов вступительных экзаменов в различные вузы. Помимо этого, в задачнике имеются:

- список основных теорем за курс стереометрии 10—11 классов;
- метрические формулы планиметрии и стереометрии;
- наборы задач для индивидуального изготовления моделей геометрических фигур.

Активное и эффективное изучение стереометрии возможно лишь при условии решения достаточно большого числа задач различной степени сложности. Поэтому изложению теоретического материала каждого параграфа учебника соответствует определённый подбор задач в задачнике. Задачи по каждой теме систематизированы по принципу «от простого — к сложному».

Авторы, разумеется, не считают, что каждый ученик должен решить все существующие задачи или, наоборот, ограничиться решением задач только данного задачника. В нашей книге в основном помещены наиболее типичные «учебные» задачи, как лёгкие, так и повышенной трудности.

В связи с большим количеством задач в задачнике мы посчитали разумным отметить специальным значком ☺ те задачи каждого параграфа, которые составляют обязательный минимум для решения многих задач в классе и дома.

В задачах, соответствующих главе в целом, мы такого ранжирования не делали, так как, с одной стороны, учитель может дифференцированно рекомендовать каждому ученику задачи определённой сложности, а с другой — каждый ученик может самостоятельно выбрать для решения ту или иную задачу: ведь уровень математической подготовки любого ученика возрастает в процессе обучения, и желание решать более интересные (и сложные) задачи становится естественным.

Задачи повышенной трудности отмечены значком ⌛.

К абсолютному большинству задач даны ответы, к некоторым — краткие указания, к отдельным — подробные решения. В методическом пособии для учителя приведены решения некоторых наиболее трудных задач из задачника.

Задачник может быть полезен всем изучающим или повторяющим курс стереометрии, вне зависимости от используемого учебника. Им можно пользоваться на факультативах, спецкурсах и для подготовки к поступлению в вузы.

Авторы выражают благодарность рецензентам учебника профессору Ирине Михайловне Смирновой, доктору педагогических наук; Борису Петровичу Пигареву, заслуженному учителю России, кандидату педагогических наук; Илье Евгеньевичу Феоктистову, учителю школы 1741 г. Москвы. Авторы отмечают неоценимую помощь в подготовке рукописи к печати учителя математики Тамары Николаевны Потоскуевой.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ ТЕОРЕМ 10 КЛАССА

Для повторения курса стереометрии 10 класса ниже предлагаются две задачи: на изображениях многогранников нужно обосновать взаимное расположение прямых и плоскостей, а также векторов, делая ссылки на соответствующие теоремы, изученные в 10 классе. Приведённая в предложенных задачах нумерация этих теорем та же, что и в учебнике геометрии 10 класса.

Задача 1. $MABCD$ — правильная четырёхугольная пирамида, MO — её высота, MK — апофема грани MBC, AC — диагональ основания, ML — линия пересечения плоскостей MAB и MCD, точка F — середина ребра AD (рис. 1). Используя обозначенные на этом рисунке точки, прямые и плоскости, проиллюстрируйте следующие теоремы.

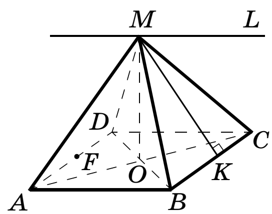

Рис. 1

4. Признак скрещивающихся прямых.

5. О двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость.

9. Признак параллельности прямой и плоскости.

10. О линии пересечения плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости.

11. О линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых.

12. О прямой, параллельной каждой из двух пересекающихся плоскостей.

13. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

14, 15. Теоремы о трёх перпендикулярах.

16. О двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости.

17. О двух прямых, перпендикулярных к одной и той же плоскости.

27. О линейных углах двугранного угла.

28. Признак перпендикулярности плоскостей.

29. О прямой, лежащей в одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и перпендикулярной линии пересечения этих плоскостей.

30. О перпендикуляре к одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей, имеющем с другой плоскостью общую точку.

31. О линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей плоскости.

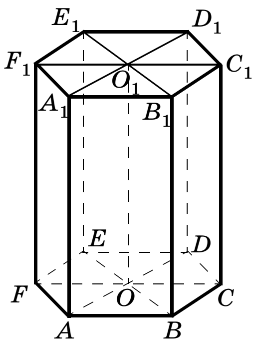

Рис. 2

Задача 2. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ — правильная шестиугольная призма, в которой проведены все диагонали оснований $ABCDEF$ и $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ (рис. 2). Используя обозначенные на рисунке точки, прямые и плоскости, продемонстрируйте следующие теоремы.

4. Признак скрещивающихся прямых.

5. О двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость.

6. О прямой, параллельной данной прямой и проходящей через данную точку пространства, не лежащую на данной прямой.

7. О транзитивности параллельности прямых в пространстве.

8. Об углах между сонаправленными лучами.

9. Признак параллельности прямой и плоскости.

10. О линии пересечения плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости.

11. О линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из параллельных прямых.

12. О прямой, параллельной каждой из двух пересекающихся плоскостей.

13. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

14, 15. Теоремы о трёх перпендикулярах.

16. О двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости.

17. О двух прямых, перпендикулярных к одной и той же плоскости.

18, 19. Признаки параллельности плоскостей.

20. О прямых пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью.

21. О прямой, пересекающей одну из параллельных плоскостей.

22. О плоскости, пересекающей одну из параллельных плоскостей.

23. О плоскости, проходящей через точку и параллельной другой плоскости, не проходящей через эту точку.

24. О двух плоскостях, параллельных третьей плоскости.

25. Об отрезках параллельных прямых, заключённых между двумя параллельными плоскостями.

26. О прямой, перпендикулярной к одной из двух параллельных плоскостей.

27. О линейных углах двугранного угла.

28. Признак перпендикулярности плоскостей.

29. О прямой, лежащей в одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и перпендикулярной линии пересечения этих плоскостей.

30. О перпендикуляре к одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей, имеющем с другой плоскостью общую точку.

31. О линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей плоскости.

33. Признак коллинеарности векторов.

34. Признак компланарности векторов.

35. О разложении вектора в пространстве.

Глава

1 ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА

Задачи к § 1, 2. Отображения пространства. Преобразования пространства

1.001. ☺ Какая фигура при параллельном проектировании пространства на плоскость может служить образом: а) треугольника; б) трапеции; в) параллелограмма; г) тетраэдра; д) куба; е) параллелепипеда? Рассмотрите различные возможные случаи расположения проектируемой фигуры относительно плоскости проекций и направления проектирования.

1.002. Параллельным проектированием в направлении боковых рёбер сечение параллелепипеда плоскостью отображается на его основание. Как проходит секущая плоскость, если это отображение является: а) инъективным; б) биективным?

1.003. ☺ Все точки пространства параллельно проектируются на плоскость. Можно ли сказать, что это отображение является преобразованием пространства? Ответ поясните на рисунке.

1.004. ☺ Можно ли взаимно однозначно отобразить: а) поверхность куба на поверхность другого куба; б) поверхность куба на поверхность прямоугольного параллелепипеда; в) поверхность куба на сферу; г) поверхность тетраэдра на сферу; д) сферу с выколотой точкой на плоскость? Сделайте соответствующие рисунки.

1.005. ☺ Постройте образы вершин тетраэдра $PABC$ при симметрии с центром в точке A. Постройте образ тетраэдра $PABC$ при этой симметрии.

1.006. Существуют ли точки, прямые и плоскости, которые центральной симметрией отображаются на себя? Ответ проиллюстрируйте на рисунке.

1.007. ☺ Докажите, что при преобразовании пространства пересечение двух фигур отображается на пересечение образов этих фигур.

1.008. Верно ли, что отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние между его двумя любыми точками, является преобразованием пространства?

1.009. Две окружности центрально-симметричны. Могут ли они лежать: а) в одной плоскости; б) на одной сфере; в) в различных плоскостях?

1.010. Многогранник составили из двух равных правильных тетраэдров, имеющих общее основание. Является ли полученная фигура центрально-симметричной?

1.011. ☺ Нарисуйте многогранник, вершинами которого являются центры всех граней куба. Имеет ли этот многогранник центр симметрии? Поясните ответ на рисунке.

1.012. Два куба центрально-симметричны друг другу. Нарисуйте их.

1.013. Может ли центр симметрии фигуры не принадлежать этой фигуре? Поясните ответ на рисунке.

1.014. ☺ Найдите координаты точек, на которые при центральной симметрии с центром в начале координат отображаются соответственно точки $A(0;\ 1;\ -3)$, $K(-2;\ 0;\ 4)$, $C(3;\ -1;\ 5)$, $P(-4;\ 2;\ 0)$, $O(0;\ 0;\ 0)$.

1.015. ☺ Дана точка $M(3;\ 1;\ 2)$. Найдите координаты: а) точки K, симметричной точке M относительно начала координат; б) точки P, симметричной точке M относительно точки K.

1.016. ☺ Даны точки $A(3;\ 1;\ 1)$ и $B(2;\ 5;\ 3)$. Найдите центр симметрии этих точек.

1.017. Даны точки $A(3;\ 2;\ 1)$ и $B(-1;\ 2;\ 6)$. Найдите координаты образа точки B при композиции центральных симметрий: а) $Z_A \circ Z_O$; б) $Z_O \circ Z_A$, где точка O — начало координат.

Задачи к § 3. Движения пространства. Общие свойства движений

1.018. ☺ Даны плоскость α и прямая l, пересекающая α. Каждой точке $M \notin \alpha$ ставится в соответствие такая точка M', что $MM' \parallel l$ и плоскость α делит отрезок MM' пополам. Любой точке плоскости α ставится в соответствие эта же точка. Является ли заданное отображение пространства на себя: а) преобразованием пространства; б) движением?

1.019. ⌛ Может ли движение пространства иметь ровно одну неподвижную точку? А ровно две?

1.020. ☺ Движение f пространства имеет неподвижную точку. Имеет ли неподвижную точку движение: а) f^{-1}; б) $f \circ f^{-1}$; в) $f^{-1} \circ f^{-1}$?

1.021. Даны две точки A и B. При движении g пространства оказалось, что $g(A) = B$, $g(B) = A$. Имеет ли неподвижные точки движение: а) g^{-1}; б) $g \circ g^{-1}$; в) $g^{-1} \circ g^{-1}$; г) $g \circ g$?

1.022. ☺ При отображении g сфера отобразилась на другую сферу. Может ли это отображение быть движением?

1.023. ☺ При движении две точки остались неподвижными. Остаётся ли неподвижной при этом движении прямая, проходящая через эти точки?

1.024. ☺ Движение g пространства имеет неподвижную прямую. 1) Имеет ли неподвижную прямую движение: а) g^{-1}; б) $g \circ g^{-1}$; в) $g^{-1} \circ g^{-1}$? 2) Могут ли движения g и g^{-1} иметь неподвижные плоскости?

1.025. ☺ Даны две плоскости α и β. При движении g оказалось, что $g(\alpha) = \beta$, $g(\beta) = \alpha$. Может ли иметь неподвижные плоскости движение: а) g; б) g^{-1}; в) $g \circ g$; г) $g \circ g^{-1}$? А неподвижные прямые?

1.026. ⌛ При движении f пространства три точки, не лежащие на одной прямой, остались неподвижными. Остается ли неподвижной при движении f плоскость, проходящая через эти точки?

1.027. ☺ При некотором движении шар отобразился на себя. Имеет ли это движение неподвижные точки?

1.028. ☺ Может ли движение пространства иметь ровно три неподвижные точки? А ровно четыре?

1.029. $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ — ортонормированный базис пространства. При движении g векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ отображаются соответственно на векторы $\vec{j}$ и $-\vec{i}$. На какой вектор отобразится вектор $\vec{k}$ при этом движении?

1.030. ☺ $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ — ортонормированный базис пространства. При движении g векторы $\vec{i}$ и $\vec{k}$ отображаются друг на друга. Найдите образ вектора $\vec{j}$ при этом движении.

1.031. ☺ Докажите, что если две прямые центрально-симметричны, то они лежат в одной плоскости.

1.032. ☺ Сколько центров симметрии имеет: а) отрезок; б) прямая; в) объединение двух прямых; г) плоскость; д) объединение двух плоскостей; е) объединение прямой и плоскости? Ответы поясните на соответственно выполненных рисунках.

1.033. Имеет ли центр симметрии: а) куб; б) правильная треугольная пирамида; в) правильный тетраэдр; г) параллелепипед? Ответы поясните на соответственно выполненных рисунках.

1.034. Из двух равных правильных тетраэдров образован многогранник, имеющий центр симметрии. Нарисуйте этот многогранник.

1.035. $PABC$ — правильный тетраэдр. а) Построить тетраэдр, центрально-симметричный данному тетраэдру, если центром симметрии является точка O — середина его высоты, проведённой из вершины P. б) Построить объединение и пересечение данного и построенного тетраэдров.

Р е ш е н и е. а) Для построения образа тетраэдра $PACB$ при симметрии относительно точки O достаточно построить образы его вершин при этой симметрии.

Пусть $A' = Z_O(A)$, $B' = Z_O(B)$, $C' = Z_O(C)$, $P' = Z_O(P)$ (рис. 3).

Соединив попарно полученные точки отрезками прямых, получаем искомый тетраэдр $P'A'B'C' = Z_O(PABC)$. При этом для боковых рёбер тетраэдров справедливо

$$Z_O(PA) = P'A' \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow Z_O(P'A') = PA,$$

$$Z_O(PB) = P'B' \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow Z_O(P'B') = PB,$$

$$Z_O(PC) = P'C' \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow Z_O(P'C') = PC.$$

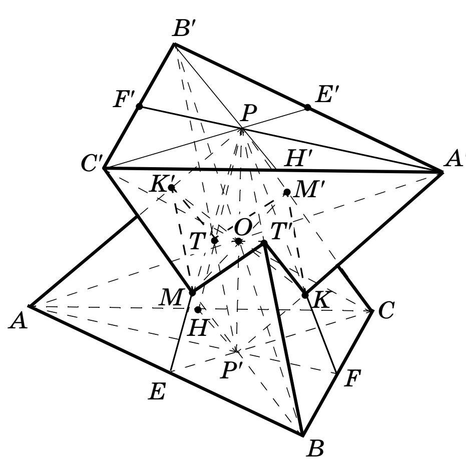

Рис. 3

Для боковых граней тетраэдров имеют место соотношения:

$$Z_O(\triangle ABP) = \triangle A'B'P' \Leftrightarrow Z_O(\triangle A'B'P') = \triangle ABP,$$

$$Z_O(\triangle BCP) = \triangle B'C'P' \Leftrightarrow Z_O(\triangle B'C'P') = \triangle BCP,$$

$$Z_O(\triangle ACP) = \triangle A'C'P' \Leftrightarrow Z_O(\triangle A'C'P') = \triangle ACP.$$

Заметим, что точка P', симметричная точке P относительно центра O, является центроидом треугольника ABC, а точка P — центроидом треугольника $A'B'C'$.

б) Тетраэдры $PABC$ и $P'A'B'C'$ пересекаются, поэтому необходимо правильно выделить и изобразить их видимые и невидимые элементы. Начнём с построения границы пересечения тетраэдров. Рассмотрим вопрос о построении точек пересечения рёбер одного из тетраэдров с гранями другого. Построим, например, точку пересечения ребра $P'C'$ тетраэдра $P'A'B'C'$ с гранью ABP тетраэдра $PABC$.

Пусть точка E — середина ребра AB (см. рис. 3). Так как при центральной симметрии прямая отображается на параллельную ей прямую, а $P'C' = Z_O(PC)$, то $P'C' \parallel PC$ и отрезок $P'C'$ лежит в плоскости, проходящей через точку O и прямую PC, значит, в плоскости CPE. Поэтому прямая $P'C'$ пересекает отрезок PE. Обозначим $M = P'C' \cap PE$. Точка M есть искомая точка пересечения ребра $P'C'$ с плоскостью ABP: $M = P'C' \cap (ABP)$.

Учитывая, что при любом преобразовании пересечение фигур отображается на пересечение их образов, а также принимая во внимание соотношения

$$Z_O(P'C') = PC \Leftrightarrow Z_O(PC) = P'C',$$

$$Z_O(\triangle ABP) = \triangle A'B'P' \Leftrightarrow Z_O(\triangle A'B'P') = \triangle ABP,$$

приходим к выводу: точка M должна быть симметрична точке пересечения ребра PC с гранью $A'B'P'$. Поэтому для построения точки пересечения ребра PC с гранью $A'B'P'$ строим точку $M' = Z_O(M)$.

Таким образом, $Z_O(M) = M' = PC \cap (A'B'P')$.

Далее поступаем аналогично. Строим точки:

1. $K = P'A' \cap PF = P'A' \cap (BCP)$, где F — середина отрезка BC.

2. $K' = Z_O(K)$, $K = PA \cap (B'C'P')$.

3. $T = P'B' \cap PH = P'B' \cap (ACP)$, где H — середина отрезка AC.

4. $T' = Z_O(T)$, $T = PB \cap (A'C'P')$.

Пространственная ломаная $MT'KM'TK'M$ — искомая граница пересечения тетраэдров.

Тогда многогранник $ABCM'TK'MT'KA'B'C'$ — объединение тетраэдров, а многогранник $PM'TK'MT'KP'$ — пересечение тетраэдров.

1.036. Дан правильный тетраэдр. Постройте тетраэдр, центрально-симметричный данному, если центр симметрии находится: а) в вершине тетраэдра; б) в центре его грани; в) в середине бокового ребра.

1.037. ☺ Точки $A(2; -3; 0)$ и $H(-4; 3; 2)$ симметричны относительно точки C. Найдите координаты точки C.

1.038. ☺ Докажите, что объединение пересекающихся прямой и плоскости является центрально-симметричной фигурой.

1.039. Дана правильная пирамида $PABCD$. Постройте пирамиду, центрально-симметричную данной, если центр симметрии находится: а) в вершине P; б) в центре основания $ABCD$; в) в середине высоты пирамиды.

1.040. ⌛ Даны точка O и фигура F. Рассмотрим все точки пространства, симметричные точке O относительно всех точек фигуры F. Какую фигуру они образуют, если фигура F: а) отрезок; б) прямая; в) плоскость; г) треугольник; д) куб; е) шар? Ответ поясните на рисунке.

1.041. ☺ Имеет ли центр симметрии фигура, состоящая из двух скрещивающихся прямых? Ответ поясните на рисунке.

1.042. ⌛ При отображении f куб отобразился на другой куб. Какими могут быть эти кубы? Может ли это отображение быть движением? На какую фигуру при этом движении отобразится правильный тетраэдр?

1.043. Дан куб. Постройте куб, центрально-симметричный данному, если центр симметрии находится: а) в вершине куба; б) в середине ребра куба; в) в центре грани куба: г) в точке пересечения диагоналей куба; д) в некоторой точке диагонали куба.

1.044. ☺ Напишите уравнение образа плоскости $2x + 3y - z - 5 = 0$ при симметрии относительно начала координат.

1.045. ☺ Напишите уравнения образа прямой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 5 + 3t, \\ z = -t, \end{cases}$ $t \in \boldsymbol{R}$ при симметрии относительно начала координат.

Задачи к § 4. Симметрия относительно плоскости

1.046. ☺ Дана плоскость α. Постройте образы следующих фигур при симметрии относительно плоскости α: а) точки, не лежащей в плоскости α; б) отрезка, параллельного плоскости α; в) отрезка, перпендикулярного плоскости α; г) отрезка, не параллельного, не перпендикулярного плоскости α; д) прямой, перпендикулярной плоскости α; е) прямой, образующей угол $\varphi \neq 90°$ с плоскостью α; ж) плоскости, образующей угол φ с плоскостью α; з) треугольника и квадрата, лежащих в плоскости, параллельной плоскости α; и) треугольника и квадрата, лежащих в плоскости, не параллельной плоскости α; к) тетраэдра; л) куба; м) сферы.

1.047. $PABC$ — правильный тетраэдр. Точки E, H, K, M — середины отрезков соответственно PA, PB, PC, AB. На какие фигуры при симметрии относительно плоскости CMP отобразятся следующие фигуры: а) точка E; б) точка K; в) отрезок AE; г) $\triangle AEK$; д) $\triangle EHK$; е) $\triangle MCP$; ж) трапеция $ACKE$? Поясните ответ на рисунке.

1.048. ☺ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб. Рассмотрим симметрию относительно плоскости ACC_1. Найдите при симметрии относительно этой плоскости образы следующих фигур: а) точки B_1; б) точки D; в) отрезка BC_1; г) отрезка BD_1; д) треугольника A_1BC_1; е) прямоугольника BB_1D_1D; ж) тетраэдра BAB_1C; з) призмы $ABCA_1B_1C_1$; и) данного куба. Поясните ответ на рисунке.

1.049. ☺ Укажите плоскости симметрии следующих фигур: а) отрезка; б) прямой; в) луча; г) правильного треугольника; д) равнобедренного треугольника; е) квадрата; ж) ромба; з) параллелограмма; и) окружности; к) сферы; л) шара. Поясните ответ на рисунке.

1.050. Два равных круга с центрами A и C лежат в одной плоскости. Найдите плоскость, симметрия относительно которой отображает один круг на другой.

1.051. ☺ Какие: а) точки; б) прямые; в) плоскости при симметрии относительно плоскости отображаются на себя?

1.052. ⌛ В правильном тетраэдре окрашены две грани. Сколько плоскостей симметрии у окрашенного таким образом тетраэдра?

1.053. Укажите плоскости симметрии фигуры, являющейся объединением: а) двух правильных тетраэдров, имеющих общее основание; б) двух правильных четырёхугольных пирамид, имеющих общее основание.

1.054. ☺ Куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ так расположен относительно прямоугольной системы координат $Oxyz$, что $A(1;\ 1;\ 0)$, $B(1;\ 2;\ 0)$, $C(2;\ 2;\ 0)$. Найдите координаты всех вершин куба, симметричного данному кубу относительно плоскости: а) Oxy; б) Oyz; в) Oxz.

1.055. ☺ Сколько плоскостей симметрии имеет параллелепипед, если он: а) прямоугольный; б) прямой, а в основании ромб; в) наклонный, а в основании ромб?

1.056. ☺ В основании треугольной пирамиды $PABC$ лежит равнобедренный треугольник $ABC (AB = AC)$. Ребро PA пирамиды перпендикулярно плоскости ABC. Имеет ли эта пирамида плоскость симметрии?

1.057. ☺ Укажите все плоскости симметрии правильного тетраэдра. Поясните ответ на рисунке.

1.058. ⌛ В кубе окрашены одним цветом: а) две грани; б) три грани. Сколько плоскостей симметрии имеет окрашенный таким образом куб?

1.059. Даны два равных шара с центрами A и C. Существуют ли плоскости симметрии фигуры, состоящей из этих шаров?

1.060. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Постройте точку, симметричную точке A относительно плоскости: а) CDD_1; б) BDD_1; в) BDA_1; г) B_1CD_1.

1.061. ☺ Дан правильный тетраэдр. Плоскость α проведена перпендикулярно его высоте через её середину. Постройте тетраэдр, симметричный данному относительно этой плоскости. Постройте пересечение и объединение данного и построенного тетраэдров.

1.062. ☺ Точки A и B соответственно симметричны точкам A_1 и B_1 относительно плоскости α. Как расположен относительно этой плоскости вектор: а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A_1B_1}$; б) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{A_1B_1}$?

1.063. ☺ Могут ли быть симметричны относительно некоторой плоскости два равных отрезка, если они расположены: