

УДК 373.167.1:51  
ББК 22.141я721  
М52

**Мерзляк А.Г.**

**М52** Алгебра : дидактические материалы : 8 класс : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — 2-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2019. — 96 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-10478-0

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Они используются в комплекте с учебником «Алгебра. 8 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир), системы учебно-методических комплектов «Алгоритм успеха».

Соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:51  
ББК 22.141я721

ISBN 978-5-360-10478-0

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,  
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2014  
© Издательский центр «Вентана-Граф»,  
2014

# Упражнения

## Вариант 1

### Повторение

- Представьте в виде степени с основанием  $x$  выражение:  
1)  $(x^6)^2$ ;                      3)  $x^4x^3$ ;                      5)  $(x^{10})^3 \cdot (x^5)^4$ ;  
2)  $(-x^5)^4$ ;                      4)  $((x^3)^2)^5$ ;                      6)  $(-x^6)^7 \cdot (-x^3)^3 : x^{15}$ .
- Упростите выражение:  
1)  $(x - 2)(x - 11) - 2x(4 - 3x)$ ;  
2)  $(a + 6)(a - 3) + (a - 4)(a + 5)$ ;  
3)  $(y - 8)(2y - 1) - (3y + 1)(5y - 2)$ ;  
4)  $(x + 2)^2 - (x - 3)(x + 3)$ ;  
5)  $(7a - 5b)(7a + 5b) - (4a + 7b)^2$ ;  
6)  $(y - 2)(y + 3) - (y - 1)^2 + (5 - y)(y + 5)$ .
- Разложите на множители:  
1)  $8a - 12b$ ;                      6)  $12x^2y - 3xy$ ;  
2)  $3a - ab$ ;                      7)  $21a^2b + 28ab^2$ ;  
3)  $6ax + 6ay$ ;                      8)  $-3x^6 + 12x^{12}$ ;  
4)  $4a^2 + 8ac$ ;                      9)  $4a^2 - 8a^3 + 12a^4$ ;  
5)  $a^5 + a^2$ ;                      10)  $6m^3n^2 + 9m^2n - 18mn^2$ .
- Разложите на множители:  
1)  $5a + 5b - am - bm$ ;                      4)  $10a^2b - 2a^2 + 5ab^2 - ab$ ;  
2)  $6m - mn - 6 + n$ ;                      5)  $2x^3 - 3x^2y - 4x + 6y$ ;  
3)  $a^6 + a^4 - 3a^2 - 3$ ;                      6)  $x^2y - x + xy^2 - y$ .
- Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:  
1)  $a^2 + 8a + 16$ ;                      4)  $24ab + 36a^2 + 4b^2$ ;  
2)  $9x^2 - 6x + 1$ ;                      5)  $a^6 - 4a^3b + 4b^2$ ;  
3)  $121m^2 - 88mn + 16n^2$ ;                      6)  $25p^{10} + q^8 + 10p^5q^4$ .
- Разложите на множители:  
1)  $x^2 - 4$ ;                      5)  $x^2y^2 - \frac{4}{9}$ ;  
2)  $25 - 9a^2$ ;                      6)  $a^4 - b^6$ ;  
3)  $36m^2 - 100n^2$ ;                      7)  $0,01c^2 - d^8$ ;  
4)  $0,04p^2 - 1,69q^2$ ;                      8)  $-1 + a^4b^8$ .
- Разложите на множители:  
1)  $c^3 + 8$ ;                      3)  $125 + a^3b^3$ ;  
2)  $27a^3 - b^3$ ;                      4)  $x^6 - y^9$ .

8. Разложите на множители:

1)  $6a^3 - 6a$ ;

5)  $-8a^5 + 8a^3 - 2a$ ;

2)  $5x^3 - 5xy^2$ ;

6)  $5a^3 - 40b^6$ ;

3)  $8a^2b^2 - 72a^2c^8$ ;

7)  $a - 3b + a^2 - 9b^2$ ;

4)  $3x^2 - 48xy + 192y^2$ ;

8)  $ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2$ .

### Рациональные дроби

9. Найдите значение выражения:

1)  $\frac{2a + b}{3a - 4b}$ , если  $a = -6$ ,  $b = 3$ ;

2)  $\frac{x^2 - 3x}{8x - 3}$ , если  $x = 0,6$ .

10. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

1)  $3x + 4$ ;

5)  $\frac{3}{x^2 - 1}$ ;

9)  $\frac{x - 2}{x^2 + 6x + 9}$ ;

2)  $\frac{b - 9}{8}$ ;

6)  $\frac{2}{x^2 + 1}$ ;

10)  $\frac{4}{x - 1} + \frac{7x}{x - 4}$ ;

3)  $\frac{8}{b - 9}$ ;

7)  $\frac{4}{|x| - 1}$ ;

11)  $\frac{7}{x(x - 1)}$ ;

4)  $\frac{5 + x}{3 + x}$ ;

8)  $\frac{x}{|x| + 2}$ ;

12)  $\frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ ?

11. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную  $x$ , допустимыми значениями которой являются:

1) все числа, кроме 6;

2) все числа, кроме  $-4$  и  $0$ ;3) все числа, кроме  $-10$ ,  $-8$  и  $1$ ;

4) все числа.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной  $a$  значение дроби:

1)  $\frac{a^2 + 6a + 10}{a^2 - 10a + 25}$  положительное;

2)  $\frac{4a - 4 - a^2}{a^4 + 1}$  неположительное.

Основное свойство рациональной дроби

13. Сократите дробь:

- 1)  $\frac{4a}{12b}$ ;      3)  $\frac{10m^2}{15m^3}$ ;      5)  $\frac{36m^3n^4}{24m^2n^6}$ ;  
 2)  $\frac{8xy}{2xz}$ ;      4)  $\frac{3a^2bc}{18abc^3}$ ;      6)  $\frac{39p^5q^8}{65p^8q^5}$ .

14. Сократите дробь:

- 1)  $\frac{4a + 8b}{4a}$ ;      6)  $\frac{b^5 - b^3}{b^2 - b^4}$ ;  
 2)  $\frac{5x - 10y}{3x - 6y}$ ;      7)  $\frac{a^3 - 27}{8a - 24}$ ;  
 3)  $\frac{x^2 - 25}{2x - 10}$ ;      8)  $\frac{6a^2 + 6a + 6}{18a^3 - 18}$ ;  
 4)  $\frac{6x^2 - 3x}{4 - 8x}$ ;      9)  $\frac{ax - ay - 3x + 3y}{9 - a^2}$ .  
 5)  $\frac{m^2 - 16}{m^2 + 8m + 16}$ ;

15. Найдите значение выражения:

- 1)  $\frac{a^8b^3 + a^6b^5}{a^6b^3}$ , если  $a = 0,3$ ,  $b = -0,4$ ;  
 2)  $\frac{7c^3 - 28c}{12c + 12c^2 + 3c^3}$ , если  $c = 5$ ;  
 3)  $\frac{(2x - 2y)^2}{2x^2 - 2y^2}$ , если  $x = 0,2$ ,  $y = -0,4$ ;  
 4)  $\frac{4x^2 - 40xy + 100y^2}{15y - 3x}$ , если  $x - 5y = 0,6$ .

16. Приведите дробь:

- 1)  $\frac{a}{b^2}$  к знаменателю  $b^6$ ;  
 2)  $\frac{m}{3n}$  к знаменателю  $15n^2p$ ;  
 3)  $\frac{6}{7x^2y}$  к знаменателю  $28x^3y^2$ ;  
 4)  $\frac{5}{a-3}$  к знаменателю  $2a - 6$ ;

5)  $\frac{7}{a+2}$  к знаменателю  $a^2 + 2a$ ;

6)  $\frac{b+1}{b-4}$  к знаменателю  $b^2 - 16$ .

17. Постройте график функции:

1)  $y = \frac{x}{x}$ ;

5)  $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ ;

2)  $y = \frac{x-2}{x-2}$ ;

6)  $y = \frac{(x-2)^4}{(2-x)^3}$ ;

3)  $y = x + \frac{x+1}{x+1}$ ;

7)  $y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+2}$ ;

4)  $y = \frac{x-1}{x-1} - 2x$ ;

8)  $y = \frac{4x^2 + 12x + 9}{2x + 3} - \frac{x^2 + 5x}{x}$ .

18. Решите уравнение:

1)  $\frac{x+5}{x+5} = 1$ ;

2)  $\frac{x^2-4}{x-2} = 4$ ;

3)  $\frac{x-8}{|x|-8} = 0$ .

19. Для каждого значения  $a$  решите уравнение:

1)  $(a-5)x = 1$ ;

3)  $(a-7)x = a^2 - 14a + 49$ ;

2)  $(a+4)x = a+4$ ;

4)  $(a^2-1)x = a+1$ .

**Сложение и вычитание рациональных дробей  
с одинаковыми знаменателями**

20. Представьте в виде дроби выражение:

1)  $\frac{3a}{10} + \frac{2a}{10}$ ;

4)  $\frac{2a+5b}{ab} - \frac{2a-3b}{ab}$ ;

2)  $\frac{6x}{5y} - \frac{x}{5y}$ ;

5)  $\frac{5y}{y^2-9} - \frac{15}{y^2-9}$ ;

3)  $\frac{2m-4n}{21c} + \frac{5m+18n}{21c}$ ;

6)  $\frac{y^2+8y}{4-y^2} - \frac{4y-4}{4-y^2}$ .

21. Упростите выражение:

1)  $\frac{x-4}{x-2} - \frac{x}{2-x}$ ;

3)  $\frac{(2a-1)^2}{6a-6} + \frac{(a-2)^2}{6-6a}$ ;

2)  $\frac{5x+6}{5-x} + \frac{3x+16}{x-5}$ ;

4)  $\frac{16-7x}{(x-4)^2} - \frac{x-x^2}{(4-x)^2}$ .

22. Запишите дробь в виде суммы целого выражения и дроби:

1)  $\frac{y+4}{y}$ ;      2)  $\frac{a^2-3a+4}{a-3}$ ;      3)  $\frac{x^2+4x-8}{x-4}$ .

23. Найдите все натуральные значения  $n$ , при которых является целым числом значение выражения:

1)  $\frac{6n^2+4n+10}{n}$ ;      2)  $\frac{n^3-5n^2+32}{n^2}$ ;      3)  $\frac{6n+2}{2n-3}$ .

Сложение и вычитание рациональных дробей  
с разными знаменателями

24. Представьте в виде дроби выражение:

1)  $\frac{4}{a} + \frac{7}{b}$ ;      4)  $\frac{5m}{3ab} + \frac{2n}{5a^2b} - \frac{7p}{2ab^2}$ ;  
2)  $\frac{9}{m} - \frac{5}{mn}$ ;      5)  $\frac{3a-4b}{a} + \frac{8a^2+4b^2}{ab}$ ;  
3)  $\frac{4}{12xy} - \frac{11}{18xy}$ ;      6)  $\frac{3c^2-2c+4}{bc^2} - \frac{2c-9}{bc}$ .

25. Выполните действия:

1)  $\frac{x-3}{3x+6} - \frac{x-6}{x+2}$ ;      4)  $\frac{3x}{4x-4} + \frac{5x}{7-7x}$ ;  
2)  $\frac{m+4}{5m-10} + \frac{3-m}{4m-8}$ ;      5)  $\frac{2b}{2b+c} - \frac{4b^2}{4b^2+4bc+c^2}$ ;  
3)  $\frac{y+6}{y-6} - \frac{y+2}{y+6}$ ;      6)  $\frac{2}{a^2-9} - \frac{1}{a^2+3a}$ .

26. Представьте в виде дроби выражение:

1)  $\frac{a}{b} - 1$ ;      4)  $\frac{4c+3}{c-1} - 3$ ;  
2)  $\frac{8}{x^2} - \frac{3}{x} + 2$ ;      5)  $\frac{a^2+b^2}{2a-b} + 2a+b$ ;  
3)  $5 - \frac{4m+5n}{n}$ ;      6)  $m - \frac{25}{m-5} - 5$ .

27. Упростите выражение:

1)  $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b-a}$ ;      2)  $\frac{x+7}{3x+12} - \frac{2}{x} + \frac{7x+40}{3x^2+12x}$ ;

- 3)  $\frac{a-1}{3a^2+6a+3} - \frac{1}{2a+2}$ ;  
 4)  $\frac{y+6}{4y+8} - \frac{y+2}{4y-8} + \frac{5}{y^2-4}$ ;  
 5)  $\frac{a+3}{a^2+3a+9} - \frac{1}{a-3} + \frac{a^3+3a-9}{a^3-27}$ .

**Умножение и деление рациональных дробей.**  
**Возведение рациональной дроби в степень**

**28.** Выполните умножение:

- 1)  $\frac{4x}{y} \cdot \frac{y}{12x}$ ;                      4)  $18y^3 \cdot \frac{4x^2}{9y^5}$ ;  
 2)  $\frac{a^3b}{15c} \cdot \left(-\frac{3c}{a^2b^2}\right)$ ;                      5)  $\frac{28m^5}{23n^4} \cdot 46n^6$ ;  
 3)  $\frac{24p^6}{35q^4} \cdot \frac{49q}{16p^4}$ ;                      6)  $\frac{2a^4b}{9c^2d} \cdot \frac{15a^2d^5}{16b^3c} \cdot \frac{12c^3b^2}{35a^5d^4}$ .

**29.** Упростите выражение:

- 1)  $\frac{ab-b^2}{8} \cdot \frac{32a}{b^3}$ ;  
 2)  $\frac{m^2-mn}{m^2+mn} \cdot \frac{m^2n+mn^2}{m^3-m^2n}$ ;  
 3)  $\frac{x^2-16}{x^3-3x^2} \cdot \frac{x^2-9}{x^2+4x}$ ;  
 4)  $\frac{5y^2-20y+20}{y^3-1} \cdot \frac{3y^2+3y+3}{10y-20}$ .

**30.** Выполните возведение в степень:

- 1)  $\left(\frac{m^6}{n^3}\right)^2$ ;                      2)  $\left(-\frac{3a}{2b^2}\right)^4$ ;                      3)  $\left(-\frac{5a^3b^4}{3c^5d^7}\right)^3$ .

**31.** Выполните деление:

- 1)  $\frac{16x^3}{9y^4} : \frac{8x^8}{27y^6}$ ;                      4)  $\frac{48x^4y^3}{49z^9} : (16x^7y^8)$ ;  
 2)  $\frac{18m^3n^4}{25p^6q^{10}} : \left(-\frac{4m^2n^9}{75p^5q^{12}}\right)$ ;                      5)  $\frac{11a^5b^{12}}{12cd^6} : \frac{55a^3b^2}{18c^7d^4} : \frac{21b^6d^2}{20a^7c^3}$ ;  
 3)  $28a^{18}b^{19} : \frac{14a^{20}b^{15}}{15c^4}$ ;                      6)  $\left(-\frac{2p^4q^2}{5m^8}\right)^3 : \left(-\frac{2p^5q^3}{5m^6}\right)^4$ .

32. Выполните деление:

$$1) \frac{x+1}{3x} : \frac{x^2+2x+1}{9x^2}; \quad 3) (n-7) : \frac{n^2-14n+49}{n^2-49};$$

$$2) \frac{x^2-2x}{3x+3} : \frac{5x-10}{x+1}; \quad 4) \frac{a^2-4b^2}{9a^2-b^2} : \frac{a^2+4ab+4b^2}{9a^2-6ab+b^2}.$$

33. Известно, что  $x - \frac{1}{x} = 5$ . Найдите значение выражения  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

34. Известно, что  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$ . Найдите значение выражения  $x + \frac{1}{x}$ .

Тождественные преобразования  
рациональных выражений

35. Упростите выражение:

$$1) \left( \frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2} \right) : \frac{12a^2}{4-a^2};$$

$$2) \left( \frac{8x}{x-2} + 2x \right) : \frac{4x+8}{7x-14};$$

$$3) \frac{5a}{a+3} + \frac{a-6}{3a+9} \cdot \frac{135}{6a-a^2};$$

$$4) \left( \frac{3m}{m+5} - \frac{8m}{m^2+10m+25} \right) : \frac{3m+7}{m^2-25} + \frac{5m-25}{m+5};$$

$$5) \left( \frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right) : \left( \frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{xy+y^2} \right);$$

$$6) \left( \frac{a}{a-4} - \frac{a}{a+4} - \frac{a^2+16}{16-a^2} \right) : \frac{4a+a^2}{(4-a)^2}.$$

36. Докажите тождество:

$$1) \frac{b+2}{b^2-2b+1} : \frac{b^2-4}{3b-3} - \frac{3}{b-2} = \frac{3}{1-b};$$

$$2) \left( \frac{1}{(a-2)^2} + \frac{2}{a^2-4} + \frac{1}{(a+2)^2} \right) : \frac{2a}{(a^2-4)^2} = 2a.$$

37. Докажите, что при всех допустимых значениях  $a$  значение выражения

$$\left( \frac{1}{a+3} - \frac{27}{a^3+27} + \frac{9}{a^2-3a+9} \right) \cdot \left( a - \frac{6a-9}{a+3} \right)$$

не зависит от значения  $a$ .

38. Упростите выражение:

$$1) \frac{m - \frac{14m-49}{m}}{\frac{7}{m} - 1}; \quad 2) \frac{\frac{b}{b-1} - \frac{b+1}{b}}{\frac{b}{b+1} - \frac{b-1}{b}}.$$

### Равносильные уравнения.

#### Рациональные уравнения

39. Равносильны ли уравнения:

1)  $x - 3 = 5$  и  $7x = 56$ ;  
 2)  $x + 2 = 0$  и  $x(x + 2) = 0$ ;  
 3)  $x^2 = -1$  и  $|x| = -2$ ;  
 4)  $x + 3 = 3 + x$  и  $\frac{x+3}{x+3} = 1$ ?

40. Составьте уравнение, равносильное данному:

1)  $3x - 2 = 7$ ;      2)  $|x| = 2$ ;      3)  $x - 1 = x + 3$ .

41. Решите уравнение:

1)  $\frac{x+4}{x-1} = 0$ ;      5)  $\frac{x-1}{x+2} = \frac{2x-1}{2x+1}$ ;  
 2)  $\frac{x^2-9}{x-3} = 0$ ;      6)  $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$ ;  
 3)  $\frac{x+5}{x^2-25} = 0$ ;      7)  $\frac{x^2+9}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} - \frac{5}{1-x}$ ;  
 4)  $\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x+4} = 0$ ;      8)  $\frac{1}{x^2-6x} + \frac{1}{x^2+6x} = \frac{2x}{x^2-36}$ .

42. Для каждого значения  $a$  решите уравнение:

1)  $\frac{x-3}{x-a} = 0$ ;      3)  $\frac{a(x-a)}{x-2} = 0$ ;  
 2)  $\frac{x-a}{x-2} = 0$ ;      4)  $\frac{(x-5)(x+6)}{x-a} = 0$ .

Степень с целым отрицательным показателем

43. Вычислите:

- 1)  $12^{-2}$ ;      4)  $(-5)^{-3}$ ;      7)  $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-2}$ ;      10)  $1,6^{-2}$ .  
 2)  $3^{-4}$ ;      5)  $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-1}$ ;      8)  $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-1}$ ;  
 3)  $(-2)^{-6}$ ;      6)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ ;      9)  $0,3^{-2}$ ;

44. Найдите значение выражения:

- 1)  $10^{-1} + 5^{-2}$ ;      3)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}$ .  
 2)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (-1,7)^0 - 2^{-3}$ ;

45. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

- 1)  $\frac{2a^{-5}c^{-3}d^{10}}{5xy^{-20}z^4}$ ;      2)  $\frac{3^{-1}a^3b^{-5}c^{-7}}{2,6^0x^{-5}y^0z^{-30}}$ .

46. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 28 000;      4) 0,00007;      7)  $39 \cdot 10^7$ ;  
 2) 12;      5) 0,21;      8)  $45 \cdot 10^{-4}$ .  
 3) 0,0034;      6)  $320 \cdot 10^3$ ;

47. Число, представленное в стандартном виде, запишите в виде натурального числа или десятичной дроби:

- 1)  $3,5 \cdot 10^3$ ;      2)  $1,6 \cdot 10^{-3}$ .

48. Сравните:

- 1)  $8,6 \cdot 10^{10}$  и  $2,3 \cdot 10^{11}$ ;      3)  $1,23 \cdot 10^6$  и  $0,12 \cdot 10^7$ ;  
 2)  $4,7 \cdot 10^{-6}$  и  $5,9 \cdot 10^{-7}$ ;      4)  $31,6 \cdot 10^{-8}$  и  $0,061 \cdot 10^{-6}$ .

49. Порядок некоторого натурального числа равен 5. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

50. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из шести цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем

51. Представьте выражение в виде степени с основанием  $a$  или произведения степеней с разными основаниями: