

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721
М52

Мерзляк, А.Г.

М52 Алгебра : 9 класс : дидактические материалы : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — 3-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2020. — 128 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-11239-6

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Используются в комплекте с учебником «Алгебра. 9 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир).

Соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721

ISBN 978-5-360-11239-6

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2015
© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2015

От авторов

Данное пособие входит в учебно-методический комплект с учебником «Алгебра. 9 класс» авторов А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира.

Первая часть пособия («Упражнения») разделена на три однотипных варианта по 244 задачи в каждом (задачи, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Этот материал в первую очередь предназначен для составления самостоятельных проверочных работ. Наличие к каждому типу задач ещё двух аналогичных заданий (по вариантам) позволяет также использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Вторая часть пособия содержит примерные контрольные работы.

В книге отсутствует раздел «Ответы». Это сделано намеренно, чтобы можно было использовать сборник как раздаточный дидактический материал для контрольных и проверочных работ.

Упражнения

Вариант 1

Числовые неравенства

- Сравните числа a и b , если:
 - $a - b = -0,3$;
 - $a - b = 1,2$;
 - $a = 0,6 + b$;
 - $b = a - 8$.
- Точка $A(a)$ расположена на координатной прямой правее точки $B(-2)$. Какое из утверждений верно:
 - $a > -2$;
 - $a < -2$;
 - $a = -2$;
 - числа a и -2 сравнить невозможно?
- Докажите неравенство:
 - $(a - 8)(a + 7) > (a + 10)(a - 11)$;
 - $(a - 6)^2 - 2 < (a - 5)(a - 7)$;
 - $(2a - 5)(2a + 5) - (3a - 2)^2 \leq 3(4a - 9) - 2$.
- Докажите неравенство:
 - $a^2 - 6a + 10 > 0$;
 - $12y - 4y^2 - 11 < 0$;
 - $a(a - 8) > 2(a - 13)$;
 - $x^2 + 4y^2 + 6x + 4y + 10 \geq 0$;
 - $x^2 - 10xy + 26y^2 + 12y + 40 > 0$;
 - $\frac{a^2 + 5}{\sqrt{a^2 + 4}} \geq 2$.
- Докажите, что:
 - $ab(a + b) \leq a^3 + b^3$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$;
 - $m^3 + m^2 - m - 1 > 0$, если $m > 1$.
- Докажите, что:
 - $(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$, если $a > 0$, $b > 0$;
 - $(a + 6)(b + 3)(c + 2) \geq 48\sqrt{abc}$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$.

Основные свойства числовых неравенств

- Известно, что $a > b$. Сравните:
 - $a + 5$ и $b + 5$;
 - $b - 10$ и $a - 10$;

- 3) $1,9a$ и $1,9b$; 5) $-100b$ и $-100a$;
- 4) $-a$ и $-b$; 6) $\frac{a}{13}$ и $\frac{b}{13}$.
8. Известно, что $a < b$. Сравните:
- 1) $a - 3$ и b ; 3) $-a + 1$ и $-b + 1$;
- 2) a и $b + 4$; 4) $a + 5$ и $b - 1$.
9. Сравните числа a и 0 , если:
- 1) $6a > 5a$; 3) $-7a > -9a$;
- 2) $\frac{a}{8} < \frac{a}{9}$; 4) $-\frac{a}{100} > -\frac{a}{10}$.
10. Дано: $a > 0$ и $b < 0$. Сравните:
- 1) $a - b$ и 0 ; 3) $4a - 5b$ и b ;
- 2) $b - a$ и a ; 4) $\frac{1}{3b - 2a}$ и a .

Сложение и умножение числовых неравенств.

Оценивание значения выражения

11. Верно ли утверждение:
- 1) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a + b > 13$;
- 2) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a + b > 12$;
- 3) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a + b > 14$;
- 4) если $a > 3$ и $b > 10$, то $ab > 30$;
- 5) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a - b > -7$;
- 6) если $a > 3$ и $b > 10$, то $ab > 28$;
- 7) если $a > 3$ и $b > 10$, то $2a + 4b > 39$;
- 8) если $a > 3$ и $b < 10$, то $a - b > -7$;
- 9) если $a < 3$ и $b < 10$, то $ab < 30$;
- 10) если $0 < a < 3$ и $0 < b < 10$, то $ab < 30$;
- 11) если $a > 3$, то $a^2 > 9$;
- 12) если $a < 3$, то $a^2 < 9$;
- 13) если $a > 3$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$;
- 14) если $a < 3$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{3}$?

- 12.** Дано: $-4 < a < 3$. Оцените значение выражения:
1) $4a$; 3) $a + 5$; 5) $-a$; 7) $2a - 6$;
2) $\frac{a}{5}$; 4) $a - 7$; 6) $-2a$; 8) $5 - 3a$.
- 13.** Известно, что $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$. Оцените значение выражения:
1) $3\sqrt{11}$; 2) $-4\sqrt{11}$; 3) $5 - \sqrt{11}$; 4) $\frac{5 - \sqrt{11}}{2}$.
- 14.** Дано: $3 < a < 9$. Оцените значение выражения $\frac{1}{a}$.
- 15.** Дано: $4 < a < 7$ и $3 < b < 5$. Оцените значение выражения:
1) $a + b$; 3) ab ; 5) $3a + 7b$; 7) $\frac{4b}{9a}$;
2) $a - b$; 4) $\frac{a}{b}$; 6) $2a - 5b$; 8) $\frac{0,6b - 0,2a}{0,7a - 0,1b}$.
- 16.** Оцените периметр равнобедренного треугольника с основанием a см и боковой стороной b см, если $11 < a < 15$, $12 < b < 20$.
- 17.** Оцените периметр и площадь прямоугольника со сторонами a см и b см, если $30 < a < 50$, $10 < b < 40$.

Неравенства с одной переменной

- 18.** Какие из чисел -5 ; 4 ; -6 ; 0 ; $\frac{1}{3}$ являются решениями неравенства:
1) $x > \frac{1}{3}$; 3) $2x > x + 1$; 5) $\sqrt{x+1} > 2$;
2) $x \leq 4$; 4) $x^2 - 4 \leq 0$; 6) $\frac{1}{x} < 2$?
- 19.** Каково множество решений неравенства:
1) $(x-1)^2 > 0$; 5) $0x > -5$;
2) $(x-1)^2 \geq 0$; 6) $0x < -5$;
3) $(x-1)^2 < 0$; 7) $0x > 5$;
4) $(x-1)^2 \leq 0$; 8) $0x < 5$?
- 20.** Решите неравенство:
1) $\frac{1}{x^2} + 1 > 0$; 2) $\frac{x-1}{x-1} > 0$; 3) $\frac{x-1}{x-1} \geq 0$;

$$4) \frac{x-1}{x-1} > \frac{1}{2}; \quad 6) \left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 \geq 0; \quad 8) x + \frac{1}{x} > \frac{1}{x} - 1.$$

$$5) \frac{x-1}{x-1} \leq 1; \quad 7) \left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 > 0;$$

Решение линейных неравенств с одной переменной.

Числовые промежутки

- 21.** Изобразите на координатной прямой промежуток:
 1) $[-4; +\infty)$; 3) $(-\infty; -4)$;
 2) $(-4; +\infty)$; 4) $(-\infty; -4]$.
- 22.** Изобразите на координатной прямой и запишите промежуток, который задаётся неравенством:
 1) $x < 3$; 2) $x > -5$; 3) $x \leq -2$; 4) $x \geq 1$.
- 23.** Укажите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:
 1) $(11, 2; +\infty)$; 2) $[13; +\infty)$.
- 24.** Решите неравенство:
 1) $7x > 14$; 7) $1\frac{3}{4}x < -2\frac{1}{3}$;
 2) $-3x \geq 12$; 8) $2x > 18 - x$;
 3) $\frac{1}{3}x > -2$; 9) $7x + 3 \leq 30 - 2x$;
 4) $0,1x \leq -5$; 10) $7 - 2x < 3x - 18$;
 5) $4,7x > 0$; 11) $5,4 - 1,5x \geq 0,3x - 3,6$;
 6) $-2x \leq 0$; 12) $\frac{3}{8}x + 15 < \frac{1}{6}x + 10$.
- 25.** Решите неравенство:
 1) $5 - 2(x - 1) > 4 - x$;
 2) $0,2(7 - 2y) \leq 2,3 - 0,3(y - 6)$;
 3) $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right) \geq 4x + 2\frac{1}{2}$;
 4) $x(4x + 1) - 7(x^2 - 2x) < 3x(8 - x) + 6$;
 5) $\frac{x-4}{3} - \frac{x}{2} > 5$;
 6) $\frac{x+14}{6} - \frac{x-12}{8} \leq 3$;

$$7) \frac{7x-4}{9} - \frac{3x+3}{4} > \frac{8-x}{6};$$

$$8) (x+6)(x-1) - (x+3)(x-4) \leq 5x;$$

$$9) (4x-1)^2 - (2x-3)(6x+5) > 4(x-2)^2 + 16x;$$

$$10) 2x(3+8x) - (4x-3)(4x+3) \geq 1,5x.$$

26. Найдите наибольшее целое решение неравенства:

$$1) 2x+9 > 4x-7;$$

$$2) 14x^2 - (2x-3)(7x+4) \leq 14;$$

$$3) (3x+2)^2 - (9x-1)(x+1) \geq 17;$$

$$4) (x-1)(x+1) < 2(x-5)^2 - x(x-3).$$

27. Решите неравенство:

$$1) 3x+6 > 2(2x-7) - x;$$

$$2) 6,2(3-2x) \geq 20 - (12,4x+1,4);$$

$$3) 6x + (x-2)(x+2) \geq (x+3)^2;$$

$$4) 2x(x-4) - (2x+5)(x-10) < 2(3,5x+50).$$

28. При каких значениях x имеет смысл выражение:

$$1) \sqrt{4x-3}; \quad 4) \sqrt{x+5} + \frac{1}{x-3};$$

$$2) \sqrt{5-11x}; \quad 5) \sqrt{8-16x} + \frac{5}{x^2-4};$$

$$3) \frac{7}{\sqrt{4x+16}}; \quad 6) \frac{10}{\sqrt{3x+36}} + \frac{9}{|x|-1}?$$

29. При каких значениях a можно разложить на линейные множители квадратный трёхчлен:

$$1) 2x^2 + 7x - a; \quad 2) ax^2 + 4x + 8?$$

30. В саду растут яблони и вишни. Количество яблонь относится к количеству вишен как 3 : 8. Какое наибольшее количество вишен может быть в саду, если всего растёт не более 400 деревьев?

31. Стороны треугольника равны 10 см, 18 см и b см, где b — натуральное число. Какое наименьшее значение может принимать b ?

32. Сумма трёх последовательных натуральных чисел, кратных 3, не превышает 130. Найдите наибольшее значение, которое может принимать первое число из этой тройки чисел.

- 33.** Решите уравнение:
 1) $|x - 2| + x = 1$; 3) $|x - 4| + x = 9$;
 2) $|2x + 4| - x = 3$; 4) $|x + 3| - x = 2$.
- 34.** Постройте график функции:
 1) $y = |x + 3|$; 3) $y = |x + 2| - x$.
 2) $y = |x - 1| + 2$;
- 35.** При каких значениях b имеет положительный корень уравнение:
 1) $5x - 7 = 4b$; 2) $(b - 4)x = 9$?
- 36.** При каких значениях b имеет единственный положительный корень уравнение:
 1) $(b - 2)x = b^2 - 4$; 2) $(4b^2 + 11b)x = b$?
- 37.** При каких значениях a не имеет корней уравнение:
 1) $x^2 + 4x - a = 0$;
 2) $(a - 1)x^2 + (2a - 3)x + a = 0$;
 3) $(a - 2)x^2 - 2(a - 3)x + a + 1 = 0$;
 4) $2x^2 + (2a + 12)x + a^2 + 2a + 26 = 0$?
- 38.** Для каждого значения a решите неравенство:
 1) $(a - 3)x < 0$; 5) $a - x \leq 2 - ax$;
 2) $(a - 3)x > 4$; 6) $4(x - a) > 8 + ax$;
 3) $(a - 3)x \leq a - 3$; 7) $(a + 1)x > a^2 - 1$;
 4) $(a - 3)^2 x \geq 0$; 8) $(a - 5)x \leq a^2 - 25$.

**Системы линейных неравенств
с одной переменной**

- 39.** Среди чисел -2 ; $1,5$; 4 укажите решения системы неравенств:
 1) $\begin{cases} x > -3, \\ x < 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 1 > x + 3, \\ 8x + 3 > 7 + x. \end{cases}$
- 40.** Изобразите на координатной прямой промежутки:
 1) $(-4; 2)$; 2) $[-4; 2]$; 3) $[-4; 2)$; 4) $(-4; 2]$.
- 41.** Изобразите на координатной прямой и запишите промежуток, который задаётся неравенством:
 1) $0 < x < 9$; 3) $-3,8 < x \leq 6,4$;
 2) $\frac{1}{3} \leq x \leq 4\frac{1}{8}$; 4) $0,1 \leq x < 604$.

42. Запишите все целые числа, принадлежащие промежутку:

- 1) [4; 8]; 3) [-4,8; 2];
 2) (3,7; 9]; 4) (-3; 3).

43. Укажите наибольшее и наименьшее целые числа, принадлежащие промежутку:

- 1) [-10; -5]; 2) (6; 12].

44. Изобразите на координатной прямой и запишите пересечение промежутков:

- 1) [-2; 6] и [3; 8]; 4) $(-\infty; 3,7)$ и $(3,9; +\infty)$;
 2) [4; 7] и (4; 9]; 5) [10; $+\infty$) и [13,4; $+\infty$);
 3) $(-\infty; 5,2)$ и $(4,3; +\infty)$; 6) [6; 10] и [7,3; 8).

45. Решите систему неравенств:

1)
$$\begin{cases} 5x > -25, \\ -7x > 14; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 6x - 7 \geq 4x - 3, \\ 3x + 16 \geq 8x - 4; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 0,3(x - 6) \leq 0,5x + 1, \\ 4x + 7 > 2(x + 6,5); \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 3x(x - 7) - x(4 + 3x) < 5, \\ 12x^2 - (2x - 3)(6x + 4) < 17; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} \frac{5x - 4}{6} - 1 > \frac{2x + 1}{3}, \\ \frac{3x + 1}{4} - 2x > 2,5 - \frac{3x - 2}{8}; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} (5x - 1)^2 + 4x \leq (5x - 1)(5x + 1) - 4x, \\ \frac{2x - 7}{6} + \frac{7x + 3}{3} \leq 3 - \frac{2 - x}{2}. \end{cases}$$

46. Сколько целых решений имеет система неравенств:

1)
$$\begin{cases} 6x - 9 < 3x + 15, \\ 7 - 2x > 13 - 5x; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 8x + 20 \geq 3x + 5, \\ 2x + 1 \geq 4x - 5; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x - 1 > 2x + 4, \\ 10x - 5 \leq 3x + 13; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{5x + 3}{2} - 1 \geq 3x, \\ (x + 1)(x - 4) - 2 \leq (x + 2)(x - 3) - x? \end{cases}$$

47. Найдите множество решений системы неравенств:

$$1) \begin{cases} 2(3x - 4) > 6(x + 1) - 20, \\ 0,4(5 - x) \leq 3(x + 1,4) + 1,2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 1 - \frac{3x - 88}{7} > 5x, \\ x(x - 4) - (x + 1)(x - 5) < 2. \end{cases}$$

48. Решите неравенство:

$$1) -2 < x - 5 < 7;$$

$$4) 7 < \frac{x}{4} - 1 < 7,1;$$

$$2) -4,2 \leq 3x + 2,4 \leq 6;$$

$$5) 1 \leq \frac{6x + 5}{2} \leq 4;$$

$$3) 0,6 \leq 5 - 2x < 0,8;$$

$$6) 2,4 < \frac{8 - 4x}{3} < 2,8.$$

49. Сколько целых решений имеет неравенство:

$$1) -3 \leq 6x - 4 \leq 2;$$

$$2) -1 \leq 3 - 10x \leq 5?$$

50. При каких значениях x значения функции $y = x(1 - \sqrt{3})$ принадлежат промежутку $[4 - 4\sqrt{3}; 2 - 2\sqrt{3}]$?

51. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} x < 5, \\ x > 3, \\ x < 4,7; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x - 7 > 6, \\ 3 - 4x < 9, \\ 7x - 8 > 2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0,6 - 4x \geq 2,2, \\ 2,5x - 2 < 8, \\ 3,1x + 9 < 1,6x + 3. \end{cases}$$

52. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$1) \sqrt{7x - 8} + \sqrt{3x - 14};$$

$$2) \sqrt{2x + 3} - \frac{1}{\sqrt{9 - 2x}};$$

$$3) \sqrt{2x - 5} + \sqrt{2 - x}?$$

53. Решите неравенство:

- 1) $(x + 2)(x - 8) \leq 0$; 4) $\frac{3x - 1}{x + 2} < 0$;
 2) $(x - 3)(x - 7) > 0$; 5) $\frac{2x - 8}{x - 5} \leq 0$;
 3) $\frac{x - 9}{x} > 0$; 6) $\frac{6x + 2}{x - 8} \geq 0$.

54. Решите неравенство:

- 1) $|x| < 3$; 3) $|7x + 8| \leq 2$;
 2) $|x - 1| \leq 4, 2$; 4) $|10 - 3x| < 5$.

55. Решите неравенство:

- 1) $|x| > 8$; 3) $|0,5x + 6| \geq 1$;
 2) $|x + 5| \geq 7, 8$; 4) $|11 - 4x| > 6$.

56. Решите уравнение:

- 1) $|x| + |x - 4| = 5$; 3) $|x| - |x - 5| = 6$;
 2) $|x + 1| + |x - 3| = 4$; 4) $|2x - 3| - |x + 2| = 4x + 5$.

57. Решите неравенство:

- 1) $|x + 2| + 3x \geq 5$; 4) $|x + 3| + |x - 4| > 6$;
 2) $|x - 6| - 7x < 18$; 5) $|x + 2,5| - |x - 1,5| \leq 3$;
 3) $|x + 1| + |x - 1| \leq 2$; 6) $|3x + 8| - |2x - 7| > 4$.

58. Для каждого значения a решите систему неравенств:

- 1) $\begin{cases} x < 3, \\ x < a; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 2, \\ x > a. \end{cases}$

59. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ больше числа 3?

60. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 4a - 6 = 0$ принадлежат промежутку $[2; 9]$?

61. При каких значениях a один из корней уравнения $2x^2 - (a + 5)x - a^2 - a + 2 = 0$ меньше -3 , а другой — больше 2?

Повторение и расширение сведений о функции

62. Функция задана формулой $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$. Найдите:

- 1) $f(1)$; 2) $f\left(-\frac{1}{3}\right)$.

63. Даны функции $g(x) = \frac{3}{x} - 4x$ и $\varphi(x) = 2x - 5$. Сравните:

- 1) $g(1)$ и $\varphi(1)$; 2) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ и $\varphi(4)$; 3) $g(-2)$ и $\varphi(1)$.

64. Дана функция $f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & \text{если } x \leq -4, \\ x^2 - 7, & \text{если } -4 < x < 3, \\ 2, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$

Найдите:

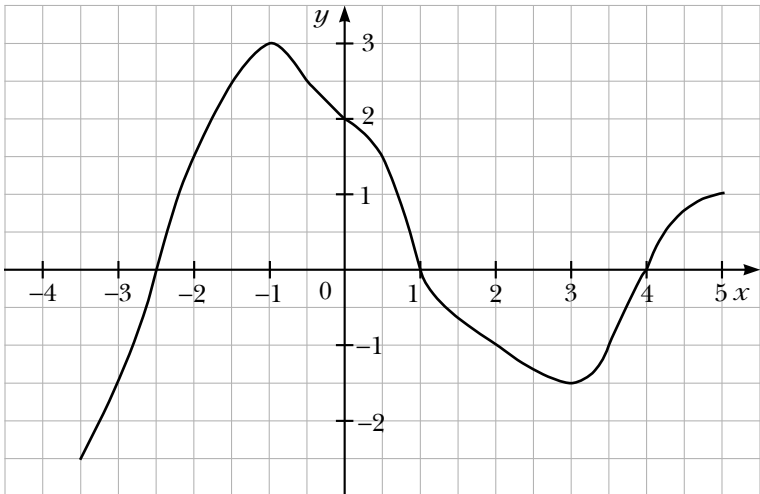
- 1) $f(-5)$; 2) $f(-2)$; 3) $f(3)$; 4) $f(7,6)$.

65. При каком значении x значение функции $h(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 3}$ равно 19?

66. На рисунке 1 изображён график функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-3,5; 5]$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) $f(-2,5)$; $f(-2)$; $f(-0,5)$; $f(0)$; $f(0,5)$; $f(3)$;
 2) значения x , при которых $f(x) = -2,5$; $f(x) = 3$;
 $f(x) = 1,5$; $f(x) = 0$;
 3) область значений функции.

Рис. 1



67. Найдите область определения функции:

1) $f(x) = 4x - 13$;

10) $f(x) = \frac{x}{|x| - 3}$;

2) $f(x) = \frac{7}{x + 6}$;

11) $f(x) = \frac{9}{|x| + 5}$;

3) $f(x) = \frac{x + 10}{8}$;

12) $f(x) = \frac{13}{|x| + x^2}$;

4) $f(x) = \frac{x + 4}{x - 5}$;

13) $f(x) = \sqrt{x + 5} + \sqrt{3 - x}$;

5) $f(x) = \sqrt{x - 5}$;

14) $f(x) = \sqrt{2 - x} - \frac{x - 3}{x + 5}$;

6) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - x}}$;

15) $f(x) = \sqrt{x - 2} + \sqrt{2 - x}$;

7) $f(x) = \frac{9}{x^2 - 5}$;

16) $f(x) = \sqrt{x - 9} + \frac{6}{\sqrt{8 - x}}$;

8) $f(x) = \frac{14}{x^2 + 4}$;

17) $f(x) = \sqrt{x + 2} + \frac{x - 7}{x^2 - 4}$;

9) $f(x) = \frac{7x + 13}{x^2 - 7x}$;

18) $f(x) = \frac{\sqrt{x - 6}}{\sqrt{x + 3}} + \frac{5x - 4}{x^2 - 8x + 7}$.

68. Найдите область значений функции:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 1$;

5) $\varphi(x) = 5 + |x|$;

2) $f(x) = \sqrt{x} - 2$;

6) $h(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 5$;

3) $g(x) = 3 - x^2$;

7) $f(x) = \sqrt{-(x + 1)^2}$;

4) $f(x) = x^2 + 2$;

8) $f(x) = \sqrt{x - 3} - \sqrt{3 - x}$.

69. Постройте график функции:

1) $f(x) = 6 - \frac{1}{4}x$;

2) $f(x) = -2x$;

3) $f(x) = 4$;

4) $f(x) = -\frac{8}{x}$.