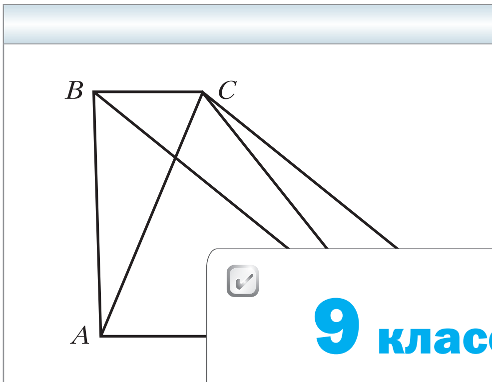
российский учебник

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир

Геометрия



9 класс

Рабочая тетрадь № 1

для учащихся
общеобразовательных организаций

3-е издание, стереотипное

Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2020

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
М52

Мерзляк, А.Г.

М52 Геометрия : 9 класс : рабочая тетрадь № 1 для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — 3-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2020. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-11361-4

Рабочая тетрадь содержит различные виды заданий на усвоение и закрепление нового материала, задания развивающего характера, которые позволяют проводить дифференцированное обучение.

Тетрадь используется в комплекте с учебником «Геометрия. 9 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир).

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

ISBN 978-5-360-11361-4

Условные обозначения

○ Простые задачи

○○ Задачи среднего уровня сложности

✧ Сложные задачи

◄ Окончание доказательства теоремы

↔ Задачи для взаимоконтроля

Глава 1. Решение треугольников

§ 1. Тригонометрические функции угла от 0° до 180°

Повторяем теорию

1. Заполните пропуски.

1) Единичной полуокружностью называют полуокружность радиуса ______ с центром ____, расположенную в _________________ полуплоскости координатной плоскости.

2) Косинусом и синусом угла α $(0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ)$, которому соответствует точка M единичной полуокружности, называют соответственно ____________________________ и _________________ точки M.

3) Для любого угла α, где $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ$, имеем: ______ $\leqslant \sin\alpha \leqslant$ ______, ______ $\leqslant \cos\alpha \leqslant$ $\leqslant$ ______

4) Косинусом тупого угла является __________________________________ число.

5) Если $\cos\alpha < 0$, то α — _________________ или ____________________________ угол.

6) Для любого угла α такого, что $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$, выполняются равенства $\sin(90^\circ - \alpha) =$ $=$ ___________, $\cos(90^\circ - \alpha) =$ ___________

7) Для любого угла α такого, что $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ$, выполняются равенства $\sin(180^\circ - \alpha) =$ $=$ ___________, $\cos(180^\circ - \alpha) =$ ___________

8) Основным тригонометрическим тождеством называют равенство ________________ ______________, которое выполняется для всех $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ$.

9) Тангенсом угла α, где ______ $\leqslant$ α $\leqslant$ ______ и $\alpha \neq$ ______, называют отношение ___________, т. е. $\operatorname{tg}\alpha =$ ___________

10) Поскольку cos ________ = 0, то $\operatorname{tg}\alpha$ не определён для $\alpha =$ ________

11) Котангенсом угла α, где ________ $< \alpha <$ ________, называют отношение ___________, т. е. $\operatorname{ctg}\alpha =$ ___________

12) Поскольку sin ______ = sin ________ = 0, то $\operatorname{ctg}\alpha$ не определён для $\alpha =$ ______ и $\alpha =$ $=$ ________

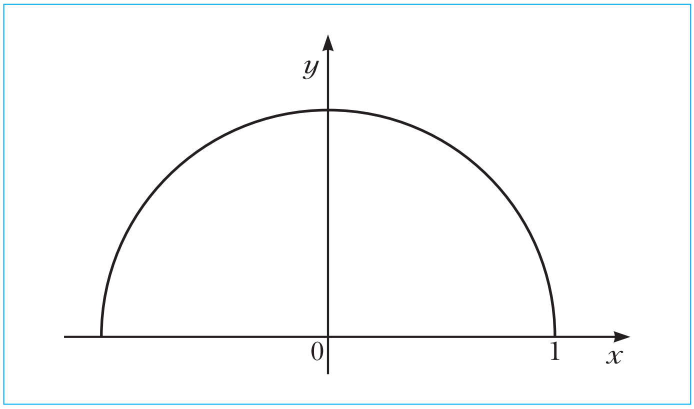
2. Заполните пропуски.

1) $\sin 0^\circ =$ ______	3) $\sin 90^\circ =$ ______	5) $\sin 180^\circ =$ ______
2) $\cos 0^\circ =$ ______	4) $\cos 90^\circ =$ ______	6) $\cos 180^\circ =$ ______

Практические задания

3. Отметьте на единичной полуокружности:

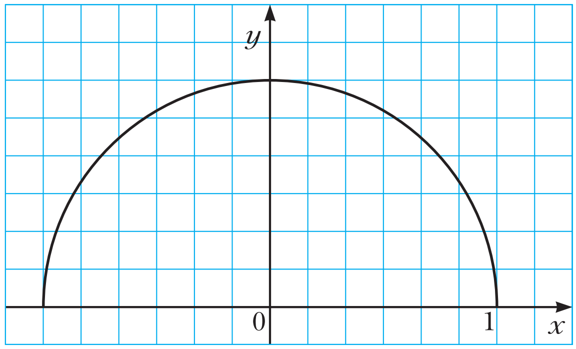
1) точку A, соответствующую углу 0°;
2) точку B, соответствующую углу 20°;
3) точку C, соответствующую углу 90°;
4) точку D, соответствующую углу 106°;
5) точку E, соответствующую углу 180°.



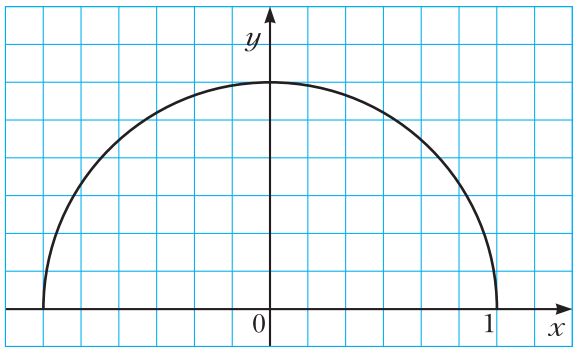
4. Постройте угол, вершиной которого является начало координат, а одной из сторон — положительная полуось оси абсцисс:

1) косинус которого равен $\frac{1}{6}$;

2) косинус которого равен $-\frac{5}{6}$.



5. Постройте угол, вершиной которого является начало координат, одной из сторон — положительная полуось оси абсцисс, и синус которого равен $\frac{2}{3}$.



Решаем задачи

6. Отметьте знаком ✓ выражение, значение которого равно $-0{,}5$.

$\cos 60^\circ$ ☐ $\sin 60^\circ$ ☐ $\cos 120^\circ$ ☐ $\sin 120^\circ$ ☐

7. Отметьте знаком ✓ каждое выражение, значение которого равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\cos 30^\circ$ ☐ $\sin 60^\circ$ ☐ $\sin 120^\circ$ ☐ $\cos 150^\circ$ ☐

8. Сравните.

1) $\sin 9^\circ$ ☐ $\cos 140^\circ$ 3) $\cos 89^\circ$ ☐ $\cos 91^\circ$

2) $\cos 24^\circ$ ☐ $\operatorname{tg} 100^\circ$ 4) $\operatorname{tg} 3^\circ$ ☐ $\operatorname{ctg} 158^\circ$

9. Известно, что $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ$. Отметьте знаком ✓ вид угла α, если $\sin\alpha = 0$, $\cos\alpha < 0$.

Острый ☐ Прямой ☐ Тупой ☐ Развёрнутый ☐

10. Известно, что $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ$. Отметьте знаком ✓ вид угла α, если $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$.

Острый ☐ Прямой ☐ Тупой ☐ Развёрнутый ☐

11. Упростите выражение:

1) $\sin 162^\circ \sin 18^\circ - \cos 162^\circ \cos 18^\circ =$

$= \sin(180^\circ -$ ______$) \sin 18^\circ - \cos(180^\circ -$ ______$) \cos 18^\circ =$

= ____

2) $\cos 35^\circ \cos 145^\circ - \sin 35^\circ \sin 145^\circ =$ ______________________________

____

12. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{5}{7}$ и $90^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ$.

Решение.

Из тождества $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ следует, что $\cos^2\alpha =$ ________________. Подставив

в последнее равенство значение синуса, получаем: $\cos^2\alpha =$ __________________ =

= __________________________. Поскольку $90^\circ \leqslant \alpha \leqslant 180^\circ$, то $\cos\alpha$ ____ 0. Следовательно, $\cos\alpha =$ ______

Ответ: ______

13. Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{9}$.

Решение.

Ответ:

14. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Решение.

Ответ:

15. Существует ли угол α такой, что:

1) $\sin\alpha = \frac{12}{13}$, $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$; 2) $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, $\cos\alpha = \frac{2}{3}$?

Решение.

Если угол, обладающий указанными свойствами, существует, то должно выполняться условие $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha =$

1) Проверим выполнение основного тригонометрического

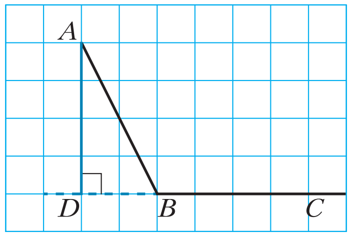
$: \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{12}{13}\right)^2 + \left(\frac{\quad}{\quad}\right)^2 =$

$=$

Следовательно, такой угол

2)

16. Вычислите синус и косинус угла ABC, изображённого на рисунке.



Решение.

Опустим из точки A перпендикуляр AD на прямую BC.

Тогда $\sin\angle ABC = \sin\angle ABD$, $\cos\angle ABC =$ ______________

Примем длину стороны клетки за единичный отрезок.

Тогда $BD = 2$, $AD =$ ______

В треугольнике ADB ($\angle ADB = 90^\circ$): $AB =$ ____

____

____

____

Ответ: ________________

§ 2. Теорема косинусов

Повторяем теорию

17. Заполните пропуски.

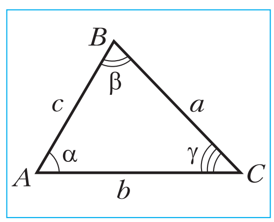
1) Квадрат стороны треугольника равен сумме ____________________________________

____________________ минус ____

____

2) Пусть a, b и c — стороны треугольника, причём a — его наибольшая сторона. Если a^2 ______ $b^2 + c^2$, то треугольник остроугольный. Если a^2 ______ $b^2 + c^2$, то треугольник тупоугольный. Если a^2 ______ $b^2 + c^2$, то треугольник прямоугольный.

18. Используя обозначения для сторон и углов треугольника ABC, отметьте знаком ✓:



1) верное равенство:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha$ ☐ $\quad$ $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac\cos\beta$ ☐

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ ☐ $\quad$ $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac\cos\gamma$ ☐

2) верное равенство:

$\cos\gamma = \dfrac{a^2 + b^2 + c^2}{2ab}$ ☐ $\cos\gamma = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ab}$ ☐

$\cos\gamma = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab}$ ☐ $\cos\gamma = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ ☐

19. Докажите теорему: пусть a, b и c — стороны треугольника, причём a — его наибольшая сторона; если $a^2 < b^2 + c^2$, то треугольник остроугольный; если $a^2 > b^2 + c^2$, то треугольник тупоугольный; если $a^2 = b^2 + c^2$, то треугольник прямоугольный.

Доказательство.

По теореме косинусов:

$a^2 =$ ______ + ______ − 2____________

Отсюда $2bc\cos\alpha =$ ______ + ______ − ______

Если $a^2 < b^2 + c^2$, то $b^2 + c^2 - a^2$ ________ 0. Следовательно, $2bc\cos\alpha$ ________ 0, т. е. $\cos\alpha$ ______ 0. Поэтому угол α — ______________

Поскольку a — наибольшая сторона треугольника, то против неё лежит ____________ ____________ угол, который, как мы доказали, является ______________. Следовательно, в этом случае треугольник является __________________________

Если $a^2 > b^2 + c^2$, то $b^2 + c^2 - a^2$ ______ 0. Значит, $2bc\cos\alpha <$ ______, т. е. $\cos\alpha$ ______ 0. Следовательно, угол α — __________________. В этом случае треугольник является __________________________

Если $a^2 = b^2 + c^2$, то $2bc\cos\alpha$ ______ 0. Следовательно, $\cos\alpha$ ______ 0. Отсюда $\alpha =$ ______.

В этом случае треугольник является __________________________ ◄

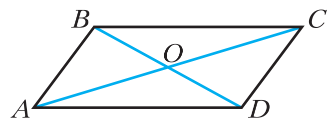
Решаем задачи

20. Найдите основание равнобедренного треугольника, боковая сторона которого равна 4 см, а угол при вершине — 150°.

Решение.

Ответ:

21. В параллелограмме $ABCD$ $AC = 14$ см, $BD = 6\sqrt{2}$ см, $\angle AOB = 45^\circ$. Найдите периметр параллелограмма.



Решение.

По свойству диагоналей параллелограмма $AO = OC =$,

$BO = OC =$

В ΔAOB: $AB^2 =$

Ответ:

22. **Дано:** ΔABC,

$AB = 37$ см, $BC = 33$ см, $AC = 7$ см.

Найти: $\angle C$.

Решение.

Ответ:

23. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны 5 см, 9 см и 12 см.

Решение.

Квадрат наибольшей стороны треугольника равен 144, сумма квадратов двух других сторон равна

Ответ:

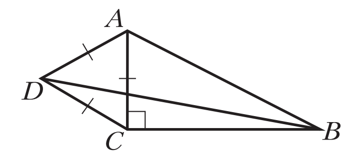
24. Верно ли, что треугольник со сторонами 11 см, 60 см и 61 см является прямоугольным? Ответ обоснуйте.

Решение.

Ответ:

25. **Дано:** ΔABC и ΔACD,
$\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 4$ см,
$AC = AD = CD = 2$ см.

Найти: BD.



Решение.

Поскольку ΔACD — , *то*

$\angle ACD =$ $^\circ$.